

Ec. F  
100  
45714  
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

MESTRADO EM ECONOMIA MONETÁRIA E FINANCEIRA

*ESTIMAÇÃO DOS EFEITOS CLIENTELA PARA O MERCADO DE DÍVIDA PÚBLICA*

Joaquim António Pereira Cadete

**Orientação :** Prof. Doutor Aníbal Santos

**Constituição do Júri:**

**Presidente**

Prof. Doutor Nuno Cassola e Barata

**Vogais**

Prof. Doutor Aníbal Santos

Prof. Doutor Paulo Brasil de Brito

Fevereiro/1998

## **Estimação dos efeitos Clientela para o Mercado de Dívida Pública**

**Joaquim António Pereira Cadete**

Mestrado em: Economia Monetária e Financeira

Orientador: Prof. Doutor Aníbal Santos

Provas concluídas em: 11 de Fevereiro de 1998

### **Resumo**

O progressivo estreitamento das margens de intermediação financeira, associado ao processo de convergência nominal preparatório para a 3ª fase da UEM, origina uma profunda alteração da composição dos lucros do sector bancário, com o consequente reflexo na sua estrutura organizativa. Uma vez que uma parte significativa das mais-valias passa a depender da capacidade técnica das diferentes instituições, para a obtenção dos ganhos de arbitragem, torna-se imperioso um conhecimento profundo da gestão de carteiras, atendendo nomeadamente ao binómio rendibilidade *versus* risco.

O presente estudo procura englobar, numa análise, todas as questões suscitadas pela introdução do elemento fiscal nas escolhas dos investidores. Neste sentido, conclui-se que a escolha de cada investimento depende de factores tais como: o comportamento de cada agente face ao risco; a classe de risco-equivalente a que pertence uma dada empresa; do grau de endividamento da empresa; e o nível de tributação individual específico a cada investidor. Paralelamente, a existência de uma menor tributação das mais-valias face aos dividendos, e cupões, sugere a formação de diferentes clientelas para os títulos das empresas. Os investidores sujeitos a menores tributações tenderão a centrar as suas aplicações nos títulos que lhe gerem os maiores dividendos e cupões possíveis, enquanto que os investidores sujeitos a maiores tributações centrarão os seus investimentos nos títulos que lhe possibilitem as maiores mais-valias possíveis.

Os resultados obtidos pelo modelo formulado para o mercado português de dívida pública, assente na formulação de Hodges e Schaefer (1977), sugerem a existência de efeitos clientela. A amostra foi constituída pelas cotações das obrigações do Tesouro no período compreendido entre Março e Agosto de 1996.

Palavras chave: modelos de valorização do capital, distorções associadas à tributação de ganhos de capital, modelos de selecção de carteira, obrigações do Tesouro, nível de tributação pessoal, efeitos clientela.

## ***Estimation of the Tax-induced Clientele effects in the Public Debt Market***

**Joaquim António Pereira Cadete**

*Master in: Monetary and Financial Economics*

*Under the orientation of: Aníbal Santos, Phd*

*Date: 11 February 1998*

### **Abstract**

The progressive narrowing of financial margins, as a result of the convergence process to the third stage of the European Union, creates a tremendous change on the bank's profits, with a natural reflex on their own internal structure. Since a significant percentage of the future profits will depend on the technical analysis of the financial institutions to obtain arbitrage gains, it's extremely important to have a depth acknowledgment of portfolio management, specially in order to maximize return against risk.

The object of this study is to analyse all the effects on the portfolio selection, made by the investors, related with taxes. In that sense, previous studies have concluded the following to be the main elements to portfolio selection: the behavior of each investor against risk; the risk-class of each firm; the leverage level of the firm; and, the personal tax rate of each investor. Meanwhile, the existence of a lower capital gain tax against dividend tax and interest tax, suggests a tax's distortion designated by tax-induced clientele effects. Investors with lower personal tax rates will focus their own portfolios on assets with higher dividend and interest yields, while investors with higher personal tax rates will focus their portfolios on assets with lower dividend and interest yield.

The results obtained for the portuguese public debt market were based on the Hodges and Schaefer's model (1977) and suggest the existence of tax clienteles. The sample considered were the Treasury bond prices observed during the period between March and August 1996.

Key words: capital valuation models, capital gain tax distortions, portfolio selection models, Treasury bonds, personal taxes, tax clienteles.

## **Índice**

	<i>Página</i>
<b>Capítulo 1 - Introdução.....</b>	<b>11</b>
<b>Capítulo 2 - Efeitos clientela: teoria e evidência</b>	
<b>2.1 Introdução.....</b>	<b>15</b>
<b>2.2 A identificação dos diferentes segmentos de mercado em         função do factor tributário por tipo de valor mobiliário</b>	
2.2.1 As proposições de Modigliani-Miller (1958,1963).....	16
2.2.2 O modelo de Miller (1977).....	23
2.2.3 O modelo de DeAngelo e Masulis (1980) e o caso particular do modelo de Miller.....	28
2.2.4 A análise de Poterba (1989).....	38
2.2.5 Comentário às proposições de Modigliani-Miller.....	40
<b>2.3 O efeito da tributação sobre mais-valias nas escolhas dos agentes</b>	
2.3.1 Os desincentivos de ordem fiscal à distribuição de dividendos.....	42
2.3.2 O modelo de Atkinson e Stiglitz (1980).....	44
2.3.3 O modelo de Miller e Scholes (1978).....	46
2.3.4 A distorção associada ao “locked-in effect”.....	51
<b>2.4 O efeito da tributação no Modelo de Equilíbrio de Activos         Financeiros (MEAF).....</b>	<b>52</b>
<b>2.5 Evidência Empírica.....</b>	<b>67</b>
 <b>Capítulo 3 - Apresentação do modelo de determinação dos efeitos         clientela na escolha dos títulos do Tesouro</b>	
<b>3.1 Introdução.....</b>	<b>76</b>
<b>3.2 O Equilíbrio na presença de impostos.....</b>	<b>77</b>
<b>3.3 O modelo.....</b>	<b>78</b>
<b>3.4 Inclusão de uma estratégia fiscal associada a um mercado         de “strips”.....</b>	<b>87</b>

	<i>Página</i>
<i>Capítulo 4 - Estimação dos efeitos clientela para o mercado de dívida pública: comentário aos valores estimados</i>	
4.1 Preliminares.....	91
4.2 Resultados obtidos.....	93
 Bibliografia.....	 106
 <i>Anexo 1 - O quadro fiscal português no contexto comunitário e possibilidades de arbitragem fiscal</i>	
A.1.1 Quadro fiscal português.....	109
A.1.2 Quadro comunitário.....	113
A.1.2.1 Luxemburgo.....	114
A.1.2.2 Reino Unido.....	118
A.1.2.3 Veículos especiais de financiamento.....	120
A.1.3 Possibilidades de arbitragem fiscal.....	122
 <i>Anexo 2 - Taxas de retenção na fonte em função dos diferentes títulos.....</i>	 126
 <i>Anexo 3 - Resultados da estimação econométrica.....</i>	 128

## **Índice de quadros**

	<b>Página</b>
<i>Quadro 1 - Segmentos de mercado identificados por DeAngelo e Masulis (1980)....</i>	31
<i>Quadro 2 - Cash-flows associados aos diferentes estados da natureza no modelo de DeAngelo e Masulis (1980).....</i>	32
<i>Quadro 3 - Segmentos de mercado identificados por Poterba (1989).....</i>	40
<i>Quadro 4 - Comparação entre resultados retidos e distribuídos na óptica do investidor.....</i>	43
<i>Quadro 5 - A evolução dos intervalos de tributação determinada por Elton e Gruber (1970) de acordo com os subconjuntos da taxa de dividendo .....</i>	70
<i>Quadro 6 - A evolução dos intervalos de tributação determinada por Elton e Gruber (1970) de acordo com os subconjuntos do "payout ratio" .....</i>	71
<i>Quadro 7 - Cash-flows, depois de impostos para investidores com diferentes taxas de tributação pessoal.....</i>	77
<i>Quadro 8 - Taxas gerais de tributação.....</i>	87
<i>Quadro 9 - Quantidades escolhidas dos diferentes títulos segundo o modelo de Hodges e Schaefer(1977).....</i>	94
<i>Quadro 10 - Variáveis de transferência do modelo de Hodges e Schaefer (1977).....</i>	95
<i>Quadro 11 - Taxas à vista geradas pelo modelo de Hodges e Schaefer (1977).....</i>	96
<i>Quadro 12 - Taxas à vista geradas pelo procedimento de segmentação.....</i>	97
<i>Quadro 13 - Multiplicadores de Lagrange das restrições associadas ao modelo de Schaefer (1981).....</i>	99
<i>Quadro 14 - Taxas à vista geradas pelo modelo de Schaefer (1981).....</i>	100
<i>Quadro 15 - Comparação das diferentes estimativas obtidas em 25.03.96.....</i>	101
<i>Quadro 16 - Evolução das taxas efectivas de imposto - Schaefer (1981).....</i>	102
<i>Quadro 17 - Evolução das taxas efectivas de imposto - Segmentação.....</i>	103
<i>Quadro 18 - Diferencial entre taxas efectivas médias.....</i>	103
<i>Quadro (A.1) - Taxas de retenção na fonte em vigor no espaço comunitário.....</i>	114

## *Índice de figuras*

	<i>Página</i>
<i>Figura 1 - Representação da rendibilidade dos capitais próprios em função do nível de endividamento, segundo Modigliani e Miller (1958).....</i>	<i>21</i>
<i>Figura 2 - Função densidade-probabilidade da rendibilidade dos capitais próprios.</i>	
<i>Figura 3 - O mercado de "Corporate Bonds", segundo Miller (1977).....</i>	<i>23</i>
<i>Figura 4 - A escolha de activos nos modelos de Miller (1977) e de DeAngelo e Masulis (1980).....</i>	<i>26</i>
<i>Figura 5 - Conjunto de oportunidades para dois investidores com e sem tributação no modelo de Miller e Scholes (1978).....</i>	<i>39</i>
<i>Figura 6 - Curvas de iso-rendibilidade esperada, depois de impostos.....</i>	<i>49</i>
<i>Figura 7 - Curvas de iso-variância, depois de impostos.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 8 - Conjunto de carteiras eficientes, depois de impostos.....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 9 - Exemplo de uma carteira dominada.....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 10 (a) - Mercado incompleto.....</i>	<i>80</i>
<i>Figura 10 (b) - Mercado completo.....</i>	<i>80</i>
<i>Figura 11 - Curvas de rendimento segundo Schaefer (1981) - 25.03.96.....</i>	<i>101</i>
<i>Figura 12 - Curvas de rendimento segundo Hodges e Schaefer (1977) - 25.03.96.....</i>	<i>102</i>
<i>Figura 13 - Comparação das diferentes estimativas obtidas em 23.04.96.....</i>	<i>105</i>
<i>Figura A.1 -Fluxos associados ao capital de um VEF.....</i>	<i>122</i>
<i>Figura A.2 -Fluxos associados aos cupões de um VEF.....</i>	<i>122</i>

*Aos meus pais,  
à Rita e ...  
à minha Vitória.*





### **AGRADECIMENTOS**

O presente trabalho só foi possível pela conjugação de diferentes esforços. Neste sentido, importa agradecer a todos aqueles que, directa ou indirectamente, contribuíram com o seu apoio para a sua concretização:

- Um primeiro agradecimento vai para o Prof. Dr. Aníbal Santos, pela sua disponibilidade, pelas suas sugestões e comentários, os quais se revelaram determinantes para a elaboração e conclusão do presente trabalho.
- À Direcção-Geral do Tesouro, nas pessoas do Dr. Vitor Bento, da Dra. Isabel Barata e da Dra. Margarida Fonseca, pelo apoio dado à realização do presente trabalho. Sem ele, este meu projecto teria sido, certamente, uma tarefa quase impossível.
- À Universidade Católica Portuguesa, na pessoa do Prof. Doutor Fernando Machado, pelos meios colocados à minha disposição.
- A todos os familiares, colegas, em particular à Dra. Ana Cardoso, e amigos pelo seu apoio e contributo ao longo destes últimos dois anos.

Erros e omissões que porventura subsistam no presente trabalho são da minha inteira e exclusiva responsabilidade.

## ***Capítulo 1 - Introdução***

A presente globalização das diferentes economias, associada à progressiva liberalização dos movimentos de capitais, em paralelo com a rápida inovação financeira e sofisticação dos instrumentos financeiros, contribuem para a crescente importância das funções desempenhadas pelos mercados de capitais. Neste sentido, tem-se assistido a um extraordinário crescimento do recurso ao mercado de valores mobiliários pelas entidades emittentes, públicas e privadas, e a uma considerável expansão do volume das transacções nos mercados secundários acompanhado de um significativo aumento do peso dos investidores institucionais. Paralelamente, a crescente procura pelos aforradores de novas oportunidades de colocação das suas poupanças, na sequência dos sucessivos cortes na taxa de juro passiva, apresenta-se como outro dos elementos dinamizadores do mercado. Por último, o progressivo estreitamento das margens de intermediação financeira, associado ao processo de convergência nominal preparatório para a 3ª fase da UEM, origina uma profunda alteração da composição dos lucros do sector bancário, com o conseqüente reflexo na sua estrutura organizativa. Uma vez que uma parte significativa das mais-valias passa a depender da capacidade técnica das diferentes instituições, para a obtenção de ganhos de arbitragem, torna-se imperioso um conhecimento profundo da gestão de carteiras, atendendo nomeadamente ao binómio rendibilidade, depois de impostos, *versus* risco.

Tendo presente todos estes factores e que se verifica uma ausência quase total, para o mercado de capitais português, de trabalhos sobre os efeitos da tributação na escolha dos activos pelos diferentes agentes económicos, julgou-se oportuno propor este assunto como tema para uma dissertação de mestrado.

Na primeira parte do presente trabalho procurou-se englobar, numa mesma análise, todas as questões suscitadas pela introdução do elemento fiscal nas escolhas de carteiras dos investidores. Neste sentido, procede-se à determinação do valor de mercado de uma empresa na presença do factor fiscal. A consideração do efeito associado à poupança fiscal, gerada pelo endividamento, mostra-se determinante na percepção dos investidores face ao comportamento da rendibilidade dos capitais próprios. Modigliani e Miller ao concluírem que o valor de mercado de uma empresa com endividamento, face a uma sem endividamento, difere positivamente pelo montante da poupança fiscal, revolucionaram toda a teoria económica sobre o custo do capital de

uma empresa, com um natural reflexo na selecção de carteiras. Assim, conclui-se que a escolha de cada investimento passa a depender de factores tais como: o comportamento de cada agente face ao risco; a classe de risco-equivalente a que pertence uma dada empresa; e do próprio grau de endividamento da empresa. No entanto, há ainda que considerar um quarto factor associado ao nível de tributação individual específico a cada investidor. Neste sentido, é a consideração de diferentes níveis tributação pessoal que permite justificar a formação de diferentes segmentos de mercado, em função dos diferentes valores mobiliários. Paralelamente, conclui-se ainda que, em equilíbrio, cada empresa terá um único ponto de óptimo para a sua estrutura de endividamento e um nicho de mercado, para a colocação da sua dívida, constituído por um conjunto de investidores marginais que respeitam específicas condições de não arbitragem fiscal.

A constatação de algumas imperfeições de mercado, nomeadamente a nível fiscal, leva a que a maximização do valor da empresa não passe apenas pelo recurso ao endividamento. A existência de uma menor tributação das mais-valias face aos dividendos conduz à relevância da política de dividendos da empresa, em termos do seu valor de mercado, e sugere a formação de uma clientela para os seus títulos. Este resultado justifica-se inteiramente pois, perante um mesmo regime de tributação das mais-valias, o factor que diferencia as valorizações dos agentes centra-se nas suas taxas marginais de tributação. Os investidores sujeitos a menores tributações tenderão a centrar as suas aplicações nos títulos que lhe gerem os maiores dividendos possíveis, enquanto que os investidores sujeitos a maiores tributações centrarão os seus investimentos nos títulos que lhe possibilitem as maiores mais-valias possíveis. Esta mesma conclusão sugere ainda a formação de “clientes” associadas às capacidades dos investidores na gestão activa das suas carteiras, ao invés do tradicional sentido associado ao factor tributário.

Ao pretender testar a existência de efeitos clientela, apenas, no mercado português de dívida pública, importa, primeiramente, justificar a razão de tal escolha. A acentuada procura de diversificação de carteiras, para redução do risco não sistemático, a diminuta percentagem de empresas cotadas em bolsa que distribuem dividendos e a inexistência de uma classificação pública e credível em termos do *default-risk* para cada empresa cotada, são factores que inviabilizam o presente estudo no mercado accionista português. Do mesmo modo, ao limitar-se a constituição da carteira a apenas títulos do

Tesouro evitaram-se problemas de valorização de obrigações com diferentes graus de *default-risk*.

Os resultados obtidos para o mercado português sugerem a existência de efeitos clientela. A confirmação desta mesma afirmação obrigaria a uma análise com uma maior amostra em termos temporais. O facto de apenas se poder trabalhar com títulos com pagamento anual de cupão forçou a necessidade de incluir as obrigações emitidas já em 1996, para alargamento do respectivo leque de opções de investimento. A preferência por esta opção levou a uma redução, em termos temporais, da dimensão da amostra, o que condiciona as conclusões. Paralelamente, importa referir que a hipótese estabelecida de englobamento de rendimentos pelos agentes não altera em nada os resultados obtidos, uma vez que estes sugerem um reforço da segmentação do mercado em torno de determinados títulos com o acréscimo da taxa de imposto, quer esta seja apenas de retenção ou de tributação efectiva.

Como último aspecto há que realçar que o progressivo alargamento de opções de investimento, associado às novas emissões do Tesouro, justifica que no futuro se proceda a uma nova análise dos efeitos clientela para o mercado português. Esse mesmo estudo manifestar-se-à fundamental para a confirmação, ou não, dos resultados agora obtidos.

## ***Capítulo 2 - Efeitos clientela: teoria e evidência***

## **2.1 Introdução**

Em 1961, Modigliani e Miller, ao estabelecerem a irrelevância da política de dividendos de uma empresa no seu valor de mercado, na hipótese de um mercado de capitais perfeitos, sugerem que as decisões dos investidores na selecção das suas carteiras podem ser influenciadas por determinadas imperfeições de mercado. Em particular, a existência de custos de transacção e de diferentes taxas de tributação entre os agentes afiguram-se como imperfeições suficientemente importantes para incentivarem os investidores a centrarem a constituição das suas carteiras em títulos que possibilitem a redução destes custos. Deste modo, Modigliani e Miller sugerem a tendência para a formação de grupos de investidores em torno de determinados títulos, na tentativa de minimizarem estes custos, à qual designaram de efeitos clientela. Assim, para cada empresa, assume-se a existência de uma dada clientela, a qual considera a política de dividendos da empresa óptima.

Na segunda secção apresenta-se a teoria de Modigliani e Miller sobre a estrutura do capital, política de dividendos e decisões de investimento de uma empresa, uma vez que o tema do presente trabalho nasce no decurso do debate desta. Posteriormente, são apresentados todo um conjunto de desenvolvimentos teóricos, assentes igualmente na teoria de MM, dos quais se destaca o modelo de Miller (1977), que justificam as escolhas dos investidores em função do grau de endividamento de uma empresa e das suas taxas marginais de tributação. O objectivo desta segunda secção consiste em identificar, em paralelo, os incentivos sobre a política de financiamento das empresas e sobre as escolhas dos investidores, num cenário de irrelevância da política de dividendos. Esta hipótese possibilita a identificação, de acordo com a teoria económica, de diferentes segmentos de mercado em função do tipo de valor mobiliário. Por último, realçam-se algumas das limitações da teoria de MM, resultantes de imperfeições de mercado, e que, na sequência do diferente tratamento fiscal dado entre os dividendos e as mais-valias, fundamentam a criação de clientelas.

Na terceira secção, procede-se à análise cuidada dos incentivos gerados pela consideração de um regime de tributação mais favorável sobre os ganhos de capital, em proporção ao que incide sobre os dividendos. A quarta secção corresponde à integração dos efeitos apresentados na terceira secção no modelo de equilíbrio de activos

financeiros (MEAF). Por fim, na quinta secção descrevem-se os trabalhos empíricos mais relevantes, e seus resultados, na determinação dos efeitos clientela.

## *2.2 A identificação dos diferentes segmentos de mercado em função do factor tributário por tipo de valor mobiliário<sup>1</sup>*

### *2.2.1 As Proposições de Modigliani-Miller (1958) e (1963)<sup>2</sup>*

A teorização desenvolvida por Modigliani-Miller, no seu primeiro artigo de 1958 e na posterior correcção de 1963, centra-se na determinação da relação entre o valor de mercado de uma empresa com e sem endividamento. Em primeiro lugar, importa apresentar as várias hipóteses estabelecidas por MM como ponto de partida para a obtenção dos seus resultados:

*Hipótese 1)* A consideração de mercados de capitais perfeitos: a informação encontra-se disponível e sem qualquer custo para os investidores; não existem custos de transacção; os investidores e as empresas obtêm financiamentos, sem qualquer limite, a idênticas taxas de juro activas.

*Hipótese 2)* O risco implícito numa empresa é susceptível de ser determinado o que possibilita que empresas com um mesmo nível de risco possam ser identificadas e classificadas numa mesma classe de risco equivalente.

*Hipótese 3)* Todos os investidores formam as mesmas expectativas em torno do nível de ganhos futuros, e do risco implícito nestes, para uma mesma empresa.

*Hipótese 4)* Toda e qualquer dívida incorpora risco, qualquer que seja o nível de endividamento.

*Hipótese 5)* Numa primeira fase considera-se a inexistência de impostos sobre os rendimentos de uma empresa.

Do conjunto de hipóteses apresentadas, assume particular importância a que estabelece a segmentação das empresas existentes no mercado em grupos homogéneos

---

<sup>1</sup> Alguns autores designam igualmente por clientelas os segmentos de mercado resultantes das diferentes tributações entre os valores mobiliários. No entanto, neste trabalho não se considera por clientela esse conceito.

<sup>2</sup> Válidas apenas para empresas detentoras de activos reais.



por igual classe de risco<sup>3</sup>. Assim, dentro de uma mesma classe, os rendimentos gerados pelas acções emitidas por uma empresa devem ser proporcionais aos rendimentos gerados pelas acções de uma outra qualquer empresa. Esta hipótese implica que as acções, para uma mesma classe de risco, apenas poderão diferir por um escalar, o que corresponde a dizer que o rácio entre rendibilidade efectiva e esperada é idêntico para todas as acções da mesma classe. Paralelamente, assume também particular importância a hipótese Marshaliana sobre a formação dos preços das acções, de mercados perfeitos em condições de concorrência atomística. O estabelecimento de todas estas hipóteses força a que, dentro de uma mesma classe de risco ( $k$ ), o coeficiente de proporcionalidade seja idêntico para as várias empresas, ou seja,

$$(1) \quad P_i = \frac{E(X_j)}{\rho_k} = \frac{E(X_j)}{(1+\rho_k)} + \frac{E(X_j)}{(1+\rho_k)^2} + \frac{E(X_j)}{(1+\rho_k)^3} + \dots$$

ou de modo equivalente,

$$(2) \quad \rho_k = \frac{E(X_j)}{P_j}, \text{ valor constante para todas as empresas } j \text{ da classe } (k),$$

em que  $E(X_j)$  define os rendimentos futuros esperados por acção da empresa  $j$ , pertencente à classe ( $k$ ), e  $P_j$  o preço actual da mesma acção. A interpretação económica desta constante,  $\rho_k$ , corresponde à taxa de capitalização exigida pelo mercado de uma renda perpétua associada ao valor esperado dos fluxos futuros a gerar por uma empresa pertencente à classe ( $k$ ). Uma vez determinado o processo de formação dos preços das acções, importa apurar o modo como os preços tendem a reflectir o endividamento de uma qualquer empresa da classe ( $k$ ). Neste sentido, MM estabelecem um conjunto de proposições para a determinação do valor da empresa, as quais se passam sucintamente a descrever (na sua primeira versão antes da inclusão do factor fiscal sobre o rendimento das empresas):

---

<sup>3</sup> Diz-se que duas empresas  $i$  e  $j$  pertencem à mesma classe de risco se, para todo o  $t$ ,  $X_i(t) = \lambda_i X_j(t)$  e  $I_i(t) = \lambda_i I_j(t)$ , onde  $X_i(t)$  e  $X_j(t)$  são os resultados (esperados) de exploração antes de encargos financeiros e impostos das duas empresas em  $t$ ,  $I_i(t)$ , são as despesas de investimento em  $t$  e  $\lambda_i$  é um factor de proporcionalidade o qual é o mesmo para todo o  $t$ , tanto para os resultados como para o investimento (Fama e Miller, 1972).

**Proposição I.** O valor de mercado de uma empresa é independente da sua estrutura de capital, correspondendo à capitalização dos resultados esperados à respectiva taxa de capitalização aplicável à classe (k),  $\rho_k$ .

Este resultado deduz-se a partir da consideração de uma empresa, pertencente à classe (k), com um resultado esperado antes de encargos financeiros no valor de  $E(X_j)$ . Então, a rendibilidade do conjunto de todos os activos da empresa,  $V_j$ , será dada por:

$$(3) \quad \frac{E(X_j)}{V_j} = \rho_k,$$

em que  $V_j = S_j + D_j$ , com  $S_j$  e  $D_j$  a corresponderem, respectivamente, ao valor de mercado do capital próprio, detido sob a forma de acções, e do capital alheio.

**Proposição II.** A taxa de rendibilidade esperada por cada escudo investido numa acção é igual à respectiva taxa de capitalização aplicável à classe (k),  $\rho_k$ , acrescida de um prémio associado ao risco financeiro da empresa e estabelecido em função do seu nível de endividamento.

A existência de um dado nível de endividamento por parte da empresa condiciona a sua taxa de rendibilidade esperada, passando esta a definir-se como:

$$(4) \quad i_j = \frac{E(X_j) - rD_j}{S_j},$$

em que  $r$  corresponde à respectiva taxa de rendibilidade exigida pelos detentores do capital alheio investido na empresa  $j$ . A conjugação da expressão anterior com o resultado da *Proposição I*, em que  $E(X_j) = \rho_k(S_j + D_j)$ , fundamenta o texto da *Proposição II*:

$$(5) \quad i_j = \rho_k + (\rho_k - r) \frac{D_j}{S_j}.$$

Numa segunda fase, MM procederam ao ajustamento de estas duas proposições em função do factor tributário. Neste sentido, a importância do efeito *leverage*, gerado

na sequência da incidência fiscal sobre o rendimento da empresa, mostra-se determinante na obtenção dos novos resultados. Pela definição apresentada anteriormente de classe de risco, pode-se afirmar que os resultados antes de encargos financeiros e impostos,  $X_j$ , correspondem ao produto de  $E(X_j)$  por  $Z$ , onde  $E(X_j)$  representa o valor esperado de  $X_j$  e  $Z$  uma variável aleatória definida como  $Z=X_j/E(X_j)$ . Esta variável pretende retratar a distribuição  $f_k(Z)$ , em que  $Z \sim N(0,1)$ , e apresenta o mesmo valor para todas as empresas pertencentes à classe de risco ( $k$ ). Deste modo, a variável aleatória  $X_j^\tau$ , associada ao resultado esperado de longo prazo após impostos, poder-se-á definir como:

$$(6) \quad X_j^\tau = (1-\tau_c)(X_j-R_j) + R_j = (1-\tau_c)X_j + \tau_c R_j = (1-\tau_c)E(X_j)Z + \tau_c R_j,$$

com um valor esperado de,

$$(7) \quad E(X_j^\tau) = (1-\tau_c)E(X_j) + \tau_c R_j,$$

onde  $\tau_c$  é respectiva taxa marginal de imposto aplicável sobre os rendimentos da empresa (que se assume como idêntica à média) e  $R$  o montante de juros pago pela empresa. Este resultado aponta, sob o ponto de vista do investidor, para a consideração do resultado médio de longo prazo como a soma de duas parcelas: a primeira associada a um fluxo incerto definido como  $(1-\tau_c)E(X_j)Z$  e corresponde aos resultados futuros da empresa após impostos; e uma segunda parcela associada a um fluxo certo,  $\tau_c R_j$ , definida como a respectiva poupança fiscal obtida via endividamento<sup>4</sup>. Este facto sugere que em equilíbrio, os diferentes fluxos devam ser capitalizados a diferentes taxas, na sequência da incorporação de um prémio de risco associado ao factor incerteza.

Considere-se, então, uma empresa sem endividamento, pertencente à classe ( $k$ ), com um nível de resultados esperados antes de impostos  $E(X_j)$  e com uma taxa de capitalização, exigida pelo mercado, sobre os resultados esperados da empresa depois de impostos de  $\rho_k^\tau$ , ou seja:

$$(8) \quad \rho_k^\tau = \frac{(1-\tau_c)E(X_j)}{V_U}, \text{ ou ainda } V_U = \frac{(1-\tau_c)E(X_j)}{\rho_k^\tau}.$$

---

<sup>4</sup> Apenas existe poupança fiscal caso a empresa obtenha lucros, pois de outra forma, não haverá lugar à obrigação de pagar impostos, não decorrendo deste facto qualquer poupança (Modigliani, 1982). Modigliani analisa os benefícios resultantes da utilização de capital alheio, mas com base em taxas médias de imposto.

A valorização entre uma empresa com e sem endividamento irá diferir positivamente, em favor da primeira, pelo montante da poupança fiscal associada ao recurso ao capital alheio. Na hipótese de que o mercado capitaliza os fluxos gerados pelo endividamento à taxa  $r$ , e que esta se mantém constante ao longo do tempo ( $r = R_j/D_j$ ), conclui-se que:

$$(9) \quad V_l = \frac{(1 - \tau_c)E(X_j)}{\rho_k^r} + \frac{\tau_c R_j}{r} = V_l + \tau_c D_j,$$

onde  $D_j$  representa o nível de endividamento permanente na estrutura de capital da empresa. A obtenção deste resultado assume particular importância na selecção de investimentos por parte de qualquer investidor, uma vez que vem apontar para a combinação de dois efeitos positivos, na valorização do capital, associados ao endividamento: o primeiro, já várias vezes mencionado, associado à poupança fiscal via encargos financeiros; e o segundo resultante da actualização deste fluxo certo a uma taxa mais favorável,  $r$ , uma vez que não incorpora qualquer prémio de risco associado a incerteza ( $r < \rho_k^r$ )<sup>5</sup>. Combinando a equação anterior com o resultado da equação (7) de que  $E(X_j^r) - \tau_c r D_j = (1 - \tau_c)E(X_j)$ , então,

$$(10) \quad V = \frac{E(X_j^r) - \tau_c r D_j}{\rho_k^r} + \tau_c D_j = \frac{E(X_j^r)}{\rho_k^r} + \left[ \frac{\tau_c (\rho_k^r - r)}{\rho_k^r} \right] D_j,$$

de onde se conclui por uma taxa de rendibilidade do activo, depois de impostos, de

$$(11) \quad \frac{E(X_j^r)}{V_j} = \rho_k^r - \tau_c (\rho_k^r - r) \frac{D_j}{V_j}.$$

Este resultado vem corrigir o resultado da *Proposição I*, pela inclusão da hipótese de uma dada taxa de imposto sobre os resultados gerados pela empresa, e realçar que a taxa de rendibilidade do activo depois de impostos passa a depender da própria dimensão do grau de endividamento.

Por último, importa refazer, à luz da nova *Proposição I*, o anterior resultado associado à *Proposição II*. Partindo da equação (10), subtraindo  $D_j$  de ambos os lados da

<sup>5</sup> Esta hipótese foi posteriormente rejeitada por Modigliani (1982). Este autor considera que o valor dos benefícios resultantes da utilização do capital alheio são capitalizados com uma taxa com risco em vez da utilização de uma taxa de juro sem risco, tal como é feito por Modigliani e Miller (1958, 1963) e mais tarde por Miller (1977). (Ver página 28)

equação e dividindo  $E(X_j^*)$  em duas componentes - o resultado esperado depois de encargos financeiros e impostos,  $\pi_j^*$ , e o montante de juros pagos,  $R_j = rD_j$  - obtém-se:

$$(12) \quad S_j = V_j - D_j = \frac{\pi_j^*}{\rho_k^*} - \left[ \frac{(1 - \tau_c)(\rho_k^* - r)}{\rho_k^*} \right] D_j.$$

Rearranjando esta expressão determina-se uma nova taxa de rendibilidade esperada, depois de impostos, por cada escudo investido numa acção, definida como:

$$(13) \quad \frac{\pi_j^*}{S_j} = \rho_k^* + (1 - \tau_c)(\rho_k^* - r) \frac{D_j}{S_j}.$$

A obtenção desta expressão por MM, em 1963, traduziu um dos mais importantes resultados ao nível da estrutura do capital de uma empresa, alterando a percepção dos investidores sobre o efeito do endividamento na rendibilidade dos capitais próprios. No entanto, importa realçar que, apesar de numa primeira análise o resultado sugerir que uma empresa pode aumentar infinitamente a rendibilidade dos seus capitais próprios pelo recurso ao endividamento, este facto tende a não ser validado. O sucessivo recurso ao nível de endividamento reflecte-se num acréscimo na taxa de juro cobrada pelos detentores do capital alheio e num aumento da probabilidade de falência, o que equivale a considerar um comportamento para a taxa de juro definido por uma função  $r = \phi(D_j/S_j)$ , em que  $\phi_r > 0$ , tal como foi sugerido por MM (1958). A representação gráfica dos resultados de MM é apresentada figura (1) em que  $r$  corresponde à taxa de juro, na hipótese de esta não depender do nível de endividamento da empresa.

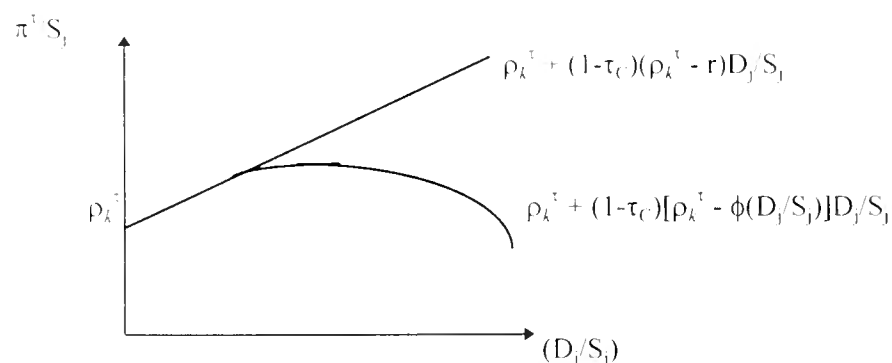


Figura (1) - Representação da rendibilidade dos capitais próprios em função do nível de endividamento, segundo Modigliani-Miller.

Paralelamente, e ao nível do estudo a que nos propomos, o resultado associado à *Proposição II* fundamenta as diferenças de rendibilidades exigidas pelos investidores em função dos níveis de endividamento das empresas. Este facto indicia a existência de diferentes "clientelas" associadas à sua própria capacidade de aceitação dos diferentes níveis de risco, ao invés do sentido clássico associado ao factor tributário. Pode-se então definir a existência de diferentes segmentos de mercado em função da classe de risco ( $k$ ) a que pertence uma dada empresa e do seu próprio nível de endividamento ( $D_i/S_i$ ). No intuito de comprovar esta afirmação, considere-se um dado valor  $\sigma^2(\rho_k^r)$  associado à variância da rendibilidade de longo prazo, depois de impostos, de cada escudo investido numa acção. A consideração desta hipótese resulta de  $\rho_k^r$  ser uma variável aleatória pelo facto de depender do fluxo esperado de resultados futuros da empresa,  $E(X_j)$ . A diversidade de factores aleatórios a que os resultados de uma empresa, antes de encargos financeiros e impostos, se encontram expostos, dos quais se destaca o andamento do ciclo económico, justificam este comportamento de  $\rho_k^r$ .<sup>6</sup> Então, a variância associada a  $\pi^r/S_j$ ,  $V(\pi^r/S_j)$ , corresponderá a:

$$(14) \quad V(\pi^r/S_j) = [1 + (1-\tau_c)^2(D_i/S_i)^2]\sigma^2(\rho_k^r).$$

Como se depreende desta expressão, o nível de risco associado a cada investimento, depende, não apenas, do risco implícito em cada empresa de uma mesma classe ( $k$ ), como também do próprio risco financeiro associado ao grau de endividamento. Deste

---

<sup>6</sup> Importa referenciar o trabalho realizado por M.J.Brennan e E.S. Schwartz em 1978, o qual assume que o valor de uma empresa sem endividamento segue um processo estocástico de Gauss-Wiener de modo a captar os efeitos acima descritos. Considerando que  $V$  e  $U$  correspondem ao valor de uma empresa com e sem endividamento, respectivamente, então:

$$V \equiv V(U,t) \text{ onde } t \text{ define a variável tempo,}$$

e em que o valor da empresa sem endividamento segue um processo de Gauss-Wiener definido como:

$$dU/U = \mu dt + \sigma dz, \text{ em que } dz \text{ é um processo de Gauss-Wiener e } E(dz)=0, E(dz)^2 = dt.$$

A constituição de uma carteira de investimentos com valor líquido nulo, através de um processo de arbitragem, possibilita a resolução do problema, obtendo-se a seguinte equação diferencial, semelhante à apresentada por Black e Scholes (1973):

$$1/2\sigma^2U^2(\partial^2V/\partial U^2) + rU(\partial V/\partial U) + (\partial V/\partial t) - Vr = 0,$$

onde  $r$  é taxa de juro para activos sem risco, sendo conhecida e constante. Os resultados obtidos no trabalho de Brennan e Schwartz manifestaram-se concordantes aos de Modigliani e Miller (1958).

modo, conclui-se que, enquanto  $\rho_k^* > r$ , um maior grau de endividamento tende a reflectir-se num acréscimo da rendibilidade dos capitais próprios em contraposição a uma maior incerteza em torno do valor final de  $\pi^*/S_j$ . Este mesmo *trade-off* é ilustrado na figura (2) pela análise da função densidade-probabilidade de  $\pi^*/S_j$ .

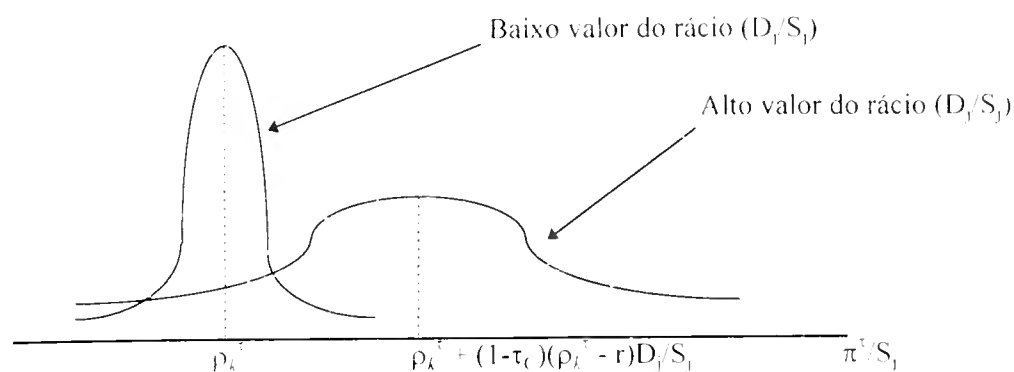


Figura (2) - Função densidade-probabilidade da rendibilidade do capital próprio.

A interpretação dos resultados de MM permite concluir que a escolha de cada investimento passa a depender de vários factores: (i) do comportamento de cada investidor face ao risco; (ii) da classe de risco-equivalente a que pertence uma dada empresa; (iii) e por último, do seu próprio grau de endividamento da empresa. No entanto, pode ainda considerar-se a existência de um quarto factor, não incorporado na análise de MM, associado ao nível de tributação individual específico a cada investidor. Neste sentido, assume particular destaque o trabalho realizado por Merton Miller (1977) que corresponde à inclusão de diferentes níveis de tributação, entre os rendimentos obtidos a partir de acções e de obrigações, na análise de MM.

### 2.2.2 O Modelo de Miller (1977)

A consideração de um dado nível de tributação individual, na análise de MM, levou Miller a refazer algumas das expressões obtidas anteriormente. A variável aleatória  $X_j^*$ , associada ao resultado esperado de longo prazo após impostos de uma dada empresa, pertencente à classe de risco-equivalente ( $k$ ), passa-se a definir como:

$$X_j^* = (1-\tau_C)(1-\tau_{PS})(X_j - R_j) + R_j = (1-\tau_C)(1-\tau_{PS})X_j + [1-(1-\tau_C)(1-\tau_{PS})]R_j,$$

ou seja,

$$(15) \quad X_j^* = (1-\tau_c)(1-\tau_{ps})E(X_j)Z + [1-(1-\tau_c)(1-\tau_{ps})]R_j,$$

com um valor esperado de,

$$(16) \quad E(X_j^*) = (1-\tau_c)(1-\tau_{ps})E(X_j) + [1-(1-\tau_c)(1-\tau_{ps})]R_j,$$

em que  $\tau_c$  define a taxa de imposto sobre os rendimentos das empresas e  $\tau_{ps}$  a taxa de tributação individual sobre os rendimentos gerados pelas acções da empresa  $j$ .<sup>7</sup> A taxa de capitalização exigida pelo mercado sobre os resultados esperados, depois de impostos, para uma empresa sem endividamento,  $\rho_k^*$ , assume então o valor de

$$(17) \quad \rho_k^* = \frac{(1-\tau_c)(1-\tau_{ps})E(X_j)}{V_U}, \text{ ou ainda } V_U = \frac{(1-\tau_c)(1-\tau_{ps})E(X_j)}{\rho_k^*}.$$

No intuito de determinar a nova relação entre o valor de uma empresa com e sem endividamento, importa estabelecer duas hipóteses adicionais: (i) todas as dívidas da empresa encontram-se tituladas na forma de obrigações, o que torna equivalente  $D_j$  ou  $B_j$ , em que  $B_j$  representa o valor de mercado das obrigações da empresa  $j$ ; (ii) a existência de uma taxa de tributação individual,  $\tau_{pb}$ , sobre os rendimentos obtidos de obrigações. Paralelamente, assume-se igualmente a hipótese de que o mercado capitaliza os fluxos gerados pelo endividamento à taxa  $r$ , e que esta se mantém constante ao longo do tempo ( $r = R_j/B_j$ ). Então, o valor de uma empresa com endividamento passa a ser dado por:

$$V_L = \frac{(1-\tau_c)(1-\tau_{ps})E(X_j)}{\rho_k^*} + \frac{rB_j}{r} + \frac{(1-\tau_c)(1-\tau_{ps})rB_j}{r(1-\tau_{ps})},$$

ou ainda,

$$(18) \quad V_L = V_U + \left[ 1 - \frac{(1-\tau_c)(1-\tau_{ps})}{(1-\tau_{pb})} \right] B_j.$$

A valorização entre uma empresa com e sem endividamento volta a diferir positivamente, em favor da primeira, pelo montante da poupança fiscal associada ao

<sup>7</sup> Todos os resultados obtidos no modelo de Miller baseiam-se no pressuposto, para simplificação, de impostos proporcionais sobre o nível de rendimento individual, uma vez que, a consideração de um esquema de impostos progressivos não altera as conclusões obtidas.

<sup>8</sup> A taxa relevante de actualização dos fluxos futuros, para os detentores das obrigações da empresa, é após impostos, ou seja,  $r(1-\tau_{pb})$ . Importa referir ainda que, os agentes não incorporam qualquer prémio na taxa de actualização associado ao "default-risk".



recurso ao capital alheio. Designando o segundo termo da equação anterior como o ganho associado ao efeito *leverage* para os detentores do capital da empresa,  $G_1$ , obtém-se a expressão apresentada por Miller (1977),

$$(19) \quad G_1 = \left[ 1 - \frac{(1 - \tau_c)(1 - \tau_{ps})}{(1 - \tau_{pb})} \right] B_j.$$

A eliminação de todos os diferentes impostos, ou seja,  $\tau_c = \tau_{ps} = \tau_{pb} = 0$ , conduz à obtenção da *Proposição 1* de MM (1958) na ausência de impostos, em que  $G_1 = 0$ . Em contraposição, na hipótese de idênticas taxas de tributação individuais sobre os rendimentos gerados por acções e obrigações,  $\tau_{ps} = \tau_{pb}$ , o ganho associado ao efeito *leverage* assume o familiar resultado de  $\tau_c B_j$ . No entanto, a consideração de uma menor taxa de tributação individual sobre os rendimentos gerados por acções em relação à taxa aplicável aos rendimentos gerados por obrigações, ou seja,  $\tau_{ps} < \tau_{pb}$ , leva a que o ganho associado ao efeito *leverage* seja menor que  $\tau_c B_j$ . Como se depreende da equação (19), a combinação diferentes valores para  $\tau_c$ ,  $\tau_{ps}$ , e  $\tau_{pb}$  pode gerar uma redução do ganho associado ao efeito *leverage*, ou inclusive a torná-lo negativo. Este resultado justifica-se pelo facto de os investidores deterem títulos pelas possibilidades de consumo que estes geram e avaliam-nos em função das taxas de rendibilidade líquidas de impostos que apresentam. Assim, se a taxa de tributação individual sobre os rendimentos gerados por acções for menor do que a aplicada aos rendimentos gerados por obrigações, então, a rendibilidade antes de impostos implícita nas obrigações terá de ser suficientemente superior para eliminar esta distorção. Caso contrário, nenhum investidor sujeito a tributação será induzido a deter obrigações. Esta mesma justificação é válida para os detentores de uma empresa com endividamento que, apesar de poderem deduzir em termos fiscais o montante associado aos juros financeiros, se vêem forçados a aceitar maiores taxas de juro para poderem colocar as suas obrigações. O equilíbrio é atingindo quando as diferentes taxas validam a equação

$$(20) \quad (1 - \tau_c)(1 - \tau_{ps}) = (1 - \tau_{pb}).$$

Neste ponto, os detentores de uma empresa não têm qualquer incentivo a alterarem a estrutura de financiamento dos seus activos, uma vez que o ganho associado ao endividamento se apresenta nulo ( $G_1 = 0$ ). Uma situação em que os detentores pudessem

aumentar a sua riqueza através da substituição de dívida por capital próprio, ou vice-versa, seria incompatível com o equilíbrio do mercado. O passo seguinte do modelo de Miller, passa pela determinação do equilíbrio do mercado obrigacionista, no segmento empresas, em função das diferentes taxas marginais de impostos. Neste sentido, Miller considera as seguintes hipóteses:

*Hipótese 1)* Os investidores detêm simultaneamente acções e obrigações.

*Hipótese 2)* Os rendimentos obtidos pelos detentores de acções assumem a forma de mais-valias ou de dividendos não tributados, o que equivale a considerar  $\tau_{ps} = 0$ . Esta hipótese tende a apresentar alguma validação empírica uma vez que: (i) uma parte significativa das aplicações em acções é detida por investidores institucionais isentos do pagamento de qualquer imposto, nomeadamente fundos de pensões; (ii) e que, para a generalidade dos países, os dividendos não são tributados pela totalidade.<sup>9</sup>

*Hipótese 3)* Os juros obtidos de obrigações são tributados à taxa de tributação individual, a qual varia entre 0, para as instituições isentas de tributação, e a taxa marginal máxima aplicada aos agentes com maiores rendimentos.

*Hipótese 4)* Todas as obrigações incorporam risco.

*Hipótese 5)* Não existem custos de transacção.

A consideração de todas estas hipóteses leva a que o equilíbrio no mercado obrigacionista, no segmento empresas, corresponda graficamente à representação da figura (3).

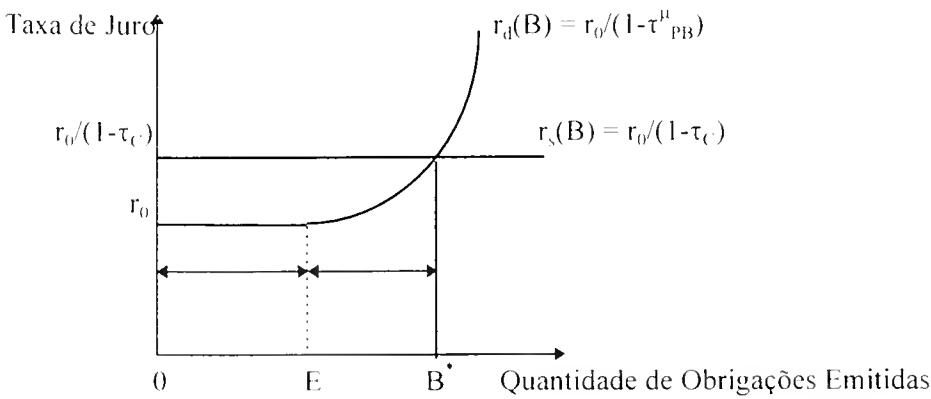


Figura (3) - O mercado de “Corporate Bonds” segundo Miller.

A procura de obrigações pelos investidores é representada pela curva com o índice  $r_d(B)$ , cuja a intercepção com o eixo das ordenadas ocorre no nível de taxa de

<sup>9</sup> Em Portugal, os dividendos contam apenas 50% do seu quantitativo para efeitos de IRS ou IRC.

juízo,  $r_0$ , correspondente à rendibilidade oferecida pelas obrigações isentas de quaisquer impostos<sup>10</sup>. Este valor representa o nível mínimo de rendibilidade a oferecer pelas empresas aos investidores, para a colocação da sua dívida. O troço representado por OE corresponde à procura de obrigações de empresas por investidores isentos de tributação. Estes investidores seriam os únicos detentores das obrigações, emitidas por empresas, que apresentassem uma rendibilidade de  $r_0$ , uma vez que qualquer investidor, sujeito a um dado nível de tributação pessoal, acharia preferível investir em obrigações isentas de tributação. No intuito de incentivar a entrada no segmento empresas, do mercado obrigacionista, dos investidores sujeitos a tributação pessoal, a taxa de rendibilidade definida por  $r_0/(1-\tau_{PB}^u)$ , terá de ser sucessivamente mais alta de forma compensar os acréscimos na taxa marginal de imposto,  $\tau_{PB}^u$ , resultante de maiores níveis de rendimento. Este mesmo facto vem justificar a inclinação positiva apresentada pela curva da procura de obrigações.

No ponto em que ocorre a intersecção entre a curva da procura de obrigações de empresas com a curva associada à rendibilidade antes de impostos da empresa, determina-se o equilíbrio de mercado. Deste modo, Miller prova que o valor de uma empresa, em equilíbrio, é independente da sua estrutura de capital, à semelhança do resultado obtido por MM, uma vez que  $G_L=0$ . A justificação para este resultado assenta no facto de o ganho associado ao efeito *leverage* ir-se transferindo dos detentores do capital para os investidores que, por pertencerem a classes de tributação mais baixas, estariam dispostos a receber uma taxa de rendibilidade inferior a  $r_0/(1-\tau_C)$ . Paralelamente, a determinação deste equilíbrio permite ainda a obtenção de um valor óptimo para o rácio de endividamento do conjunto de todas as empresas. No entanto, esta conclusão não é válida em termos micro para cada empresa.

Importa referir também que, o equilíbrio do modelo apenas requer como condição de equilíbrio que  $\tau_{PS}$  seja menor que  $\tau_{PB}$ , facto que empiricamente apresenta alguma fundamentação pelo que foi referido na introdução da hipótese 2. A consideração de um cenário em que  $\tau_{PS}$  seja superior a  $\tau_{PB}$  gera uma situação de não equilíbrio no modelo, uma vez que a alternativa associada ao recurso a capitais próprios para financiamento do activo assume um comportamento de dominância.

---

<sup>10</sup> Este tipo de obrigação, inexistente em Portugal, assume nos Estados Unidos a designação "municipal bonds".

O último ponto a apresentar no modelo de Miller prende-se com a identificação de segmentos de investidores em função do grau de endividamento da empresa e do nível de tributação pessoal. Uma análise mais cuidada da figura anterior revela que empresas sem endividamento, ou com um baixo grau de *leverage*, tendem a ser o alvo das aplicações, sob a forma de acções, dos investidores com maiores rendimentos: em contraposição as empresas com maior níveis de endividamento encontrarão a seu próprio nicho de mercado, para a colocação da sua dívida, nos investidores sujeitos a menores taxas marginais de tributação.

Modigliani (1982) contesta o modelo de Miller pelo facto de, no seu artigo de 1963, Modigliani-Miller terem considerado incorrectamente, para a dedução da expressão (9), uma taxa de juro sem risco para a capitalização da poupança fiscal resultante do endividamento. No entanto, e tal como Modigliani evidencia, apenas existe poupança fiscal no caso de a empresa obter resultados, pois de outra forma, não haverá lugar à obrigação de pagar impostos. Deste facto decorre a necessidade de capitalizar estes fluxos incertos, associados à poupança fiscal, a uma taxa que incorpore um prémio de risco. A consequência desta correcção resulta na obtenção de um valor substancialmente menor para o ganho associado ao efeito *leverage*. No pressuposto assumido por Modigliani de que o rácio entre uma taxa de juro sem e com risco é aproximadamente 1/3, então, obtém-se:

$$G_l^{\text{Modigliani}} = \frac{1}{3} \left[ 1 - \frac{(1 - \tau_c)(1 - \tau_{ps})}{(1 - \tau_{pb})} \right] B_j,$$

de onde se conclui por um ganho associado ao efeito *leverage* substancialmente inferior ao sugerido por Miller.

### **2.2.3 O modelo de DeAngelo e Masulis (1980) e o caso particular do modelo de Miller**

Segundo Miller, na hipótese de um sistema proporcional de tributação sobre o rendimento pessoal, o valor de uma empresa, em equilíbrio seria independente da sua estrutura de capital. No entanto, uma análise mais detalhada da formalização apresentada por Miller permite rebater esta afirmação. A consideração de um sistema proporcional de tributação sobre o rendimento pessoal assume particular importância

neste resultado, pois é a inclusão deste factor que vem justificar a existência de, dentro de uma mesma classe de risco, diferentes empresas com diferentes graus de *leverage*, e por este facto, com diferentes valores de mercado. Neste sentido, importa apresentar de forma sucinta o modelo elaborado por DeAngelo e Masulis (1980), e as suas principais conclusões.

O modelo parte do pressuposto da existência de dois periodos de tempo: um primeiro período,  $t=0$ , no qual as empresas e os investidores procedem às escolhas, respectivamente, do seu grau de *leverage* e composição das suas carteiras; e um segundo período,  $t=1$ , no qual é conhecido o estado da natureza que prevalece e os resultados a ele associados. Paralelamente, o modelo consagra ainda a possibilidade de dedução à matéria colectável, para além dos encargos financeiros, das despesas que não têm correspondência em termos de descaixe para a empresa, tais como, amortizações e provisões.

#### *1. As escolhas dos investidores em função dos diferentes intervalos de tributação*

O primeiro passo na formulação de DeAngelo e Masulis (1980) passa pela determinação das diferentes procuras agregadas de obrigações e de acções, na hipótese de diferentes escalões de tributação. Para cada investidor  $i$ ,  $\tau'_{PS}$  e  $\tau'_{PB}$  representam, respectivamente, as taxas marginais de tributação para os rendimentos obtidos em acções e obrigações de empresas, em que  $\tau'_{PB} > \tau'_{PS}$ . Deste facto decorre que, qualquer que seja o estado da natureza  $v$ , o rendimento por unidade monetária de uma acção será sempre superior ao de uma obrigação, para todo e qualquer investidor  $i$ , ou seja,  $(1 - \tau'_{PS}) > (1 - \tau'_{PB})$ . Os preços estabelecidos em  $t=0$ , associados à ocorrência do estado da natureza  $v$ , para o *cash-flow* de uma acção e de uma obrigação que gera 1 unidade em  $t=1$ , antes de impostos, definem-se como  $P_S(v)$  e  $P_B(v)$ , respectivamente. Então,  $(1 - \tau'_{PS})/P_S(v)$  e  $(1 - \tau'_{PB})/P_B(v)$  corresponderão à rendibilidade depois de impostos de uma acção e de uma obrigação, respectivamente, para cada estado da natureza  $v$ . A consideração de um comportamento de maximização da sua utilidade por cada agente  $i$ , obriga a que este proceda a ajustamentos dos seus activos, em cada estado da natureza, de modo a maximizar a taxa de rendibilidade depois de impostos da sua carteira. Neste sentido, um investidor  $i$  será induzido a deter apenas acções, no estado  $v$ , se  $(1 -$

$\tau_{ps}^i) P_S(v) \succ (1 - \tau_{pb}^i) P_B(v)$ . Do igual modo, um investidor apenas deterá na sua carteira obrigações, no estado  $v$ , se  $(1 - \tau_{pb}^i) P_B(v) \succ (1 - \tau_{ps}^i) P_S(v)$ , ocorrendo ainda uma situação de indiferença entre os investimentos caso se verifique  $(1 - \tau_{pb}^i) P_B(v) = (1 - \tau_{ps}^i) P_S(v)$ . No pressuposto da existência de uma taxa de imposto sobre os resultados de uma empresa,  $\tau_c$ , e de que os investidores são tributados a diferentes taxas, podem-se definir os seguintes intervalos, associados a diferentes escolhas de carteira dos agentes:

*Intervalo 1.*  $(1 - \tau_{pb}^i) \succ (1 - \tau_{ps}^i)(1 - \tau_c)$ .

*Intervalo 2.*  $(1 - \tau_{pb}^i) = (1 - \tau_{ps}^i)(1 - \tau_c)$ .

*Intervalo 3.*  $(1 - \tau_{pb}^i) \prec (1 - \tau_{ps}^i)(1 - \tau_c)$ .

No sentido da determinação do ótimo para cada investidor, com um dado nível de tributação marginal, DeAngelo e Masulis estabelecem, para simplificação, as seguintes hipóteses: (i) todos os agentes assumem um comportamento de neutralidade face ao risco; (ii) todos os agentes encaram com igual probabilidade,  $\pi(v)$ , a ocorrência do estado  $v$ . Definindo por  $P_S^*$  e  $P_B^*$  os preços correntes para os *cash-flows* gerados em  $t=1$ , antes de impostos, por uma acção e por uma obrigação, conclui-se que, em equilíbrio, as rendibilidades esperada e efectiva, antes de impostos, devem ser idênticas, ou seja,  $\pi(v) \cdot P_S(v) = 1/P_S^*$  e  $\pi(v)/P_B(v) = 1/P_B^*$ . Assim, prova-se que é a existência de diferentes preços de mercado para  $P_S^*$  e  $P_B^*$  que determina os investidores marginais,  $\mu$ , com taxas de impostos  $\tau_{pb}^\mu$  e  $\tau_{ps}^\mu$ , para quem as taxas de rendibilidade esperada, depois de impostos, das acções e das obrigações são iguais:

(21)

$$\frac{(1 - \tau_{pb}^\mu) \pi(v)}{P_B(v)} = \frac{(1 - \tau_{pb}^\mu)}{P_B^*} = \frac{(1 - \tau_{ps}^\mu) \pi(v)}{P_S(v)} = \frac{(1 - \tau_{ps}^\mu)}{P_S^*} \text{ para todos os estados.}$$

Por definição, estes investidores marginais revelam-se indiferentes entre investirem o próximo escudo em acções ou obrigações. Após a determinação do equilíbrio para cada agente, importa relacionar os diferentes preços com os diferentes segmentos de mercado, na sequência dos diferentes níveis de tributação:

Quadro (1) - Segmentos de mercado identificados por DeAngelo e Masulis (1980).

Preço	Segmentos de mercado em função dos intervalos de tributação	Escolha óptima para o investidor marginal $\mu$
$P_B^* = P_S^*(1-\tau_c)$	$(1-\tau_{PB}^u) \cdot (1-\tau_{PS}^u)(1-\tau_c)$	Obrigações
$P_B^* = P_S^*(1-\tau_c)$	$(1-\tau_{PB}^u) \cdot (1-\tau_{PS}^u)(1-\tau_c)$	Obrigações ou acções
$P_B^* = P_S^*(1-\tau_c)$	$(1-\tau_{PB}^u) \cdot (1-\tau_{PS}^u)(1-\tau_c)$	Acções

2. O valor da empresa em função dos diferentes intervalos de tributação

Numa segunda parte, DeAngelo e Masulis procedem à identificação das escolhas das empresas em torno do seu grau de endividamento, e possíveis efeitos deste no seu valor de mercado. Neste sentido, consideram-se, como relevantes, as seguintes variáveis para uma empresa:

$X(v) \equiv$  resultado antes de encargos financeiros e impostos, associado ao estado da natureza  $v$ ;

$B \equiv$  parcela de dívida dedutível na totalidade à matéria colectável, e sobre a qual incide a decisão da estrutura de capital da empresa;

$\Delta \equiv$  deduções associadas à depreciação;

$\tau_c \equiv$  taxa de imposto sobre os resultados;

$\Gamma \equiv$  limite máximo legal, em unidades monetárias, para o crédito de imposto;

$\theta \equiv$  taxa máxima legal de abatimento à colecta como crédito de imposto.

Paralelamente, assume-se ainda que  $X(v)$  é uma função monótona crescente em  $v$  no espaço de estados possíveis  $[0, v^*]$  com  $0 \leq X(0) \leq X(v^*) < \infty$ . O quadro (2) apresenta os diferentes *cash-flows* obtidos como remuneração pelos capitais próprios e alheios,  $S(v)$  e  $D(v)$ , respectivamente, antes de impostos pessoais, em cada subintervalo do conjunto de estados da natureza possíveis  $[0, v^*]$ :

Quadro (2) - "Cash-flows" associados aos diferentes estados da natureza no modelo de DeAngelo e Masulis..

D(v)	S(v)	Estados da natureza
X(v)	0	com $v \in [0, v^1]$
B	X(v) - B	com $v \in [v^1, v^2]$
B	X(v) - B - $\tau_c(X(v)-B-\Delta) + \theta \tau_c(X(v)-B-\Delta)$	com $v \in [v^2, v^3]$
B	X(v) - B - $\tau_c(X(v)-B-\Delta) + I$	com $v \in [v^3, v^*]$

No subintervalo definido por  $v \in [0, v^1]$ , todos os resultados gerados pela empresa são utilizados na totalidade no pagamento aos detentores das dívidas, não sendo gerado qualquer *cash-flow* para remuneração do capital próprio. Por este facto, a empresa não tem de proceder a qualquer pagamento de imposto e todas as outras despesas susceptíveis de abater, legalmente, à matéria colectável, ficam sem utilização. O subintervalo definido por  $v \in [v^1, v^2]$  caracteriza-se também por uma ausência de pagamento de imposto pela empresa, na sequência da utilização parcial, como abatimento à matéria colectável, das despesas que não têm correspondência a um desencaixe financeiro. No entanto, os accionistas usufruem já de um *cash-flow* positivo no valor de  $X(v) - B$ . No subintervalo em que  $v \in [v^2, v^3]$ , a empresa apresenta de imposto a pagar o montante de  $\tau_c(X(v)-B-\Delta)$ , após a consideração de todas as deduções legais possíveis. No entanto, por imposição legal, apenas usufrui sobre este valor a fracção  $\theta$  como crédito de imposto. O último subintervalo difere do anterior pelo facto de a empresa conseguir usufruir, para além de todas as deduções possíveis, do limite máximo legal para o crédito de imposto.

O valor de mercado da empresa pode definir-se como  $V=D^{11}+S$  onde D e S representam os vectores de *cash-flows* associados aos diferentes estados da natureza, antes de impostos e valorizados aos preços  $P_B(v)$  e  $P_S(v)$ , a receber pelos detentores do capital alheio,  $\{D(v)\}$ , e do capital próprio  $\{S(v)\}$ :

(22)

$$D = \int_0^{v^*} D(v)P_B(v)dv = \int_{v^1}^{v^*} BP_B(v)dv + \int_0^{v^1} X(v)P_B(v)dv ,$$

<sup>11</sup> Assume-se que toda a dívida se encontra titulada por obrigações (B).



$$S = \int_0^{v^*} S(v)P_S(v)dv = \int_{v^1}^{v^*} \{X(v) - B - \tau_c [X(v) - B - \Delta] + \Gamma\} P_S(v)dv + \\ + \int_{v^1}^{v^2} \{X(v) - B - \tau_c [X(v) - B - \Delta] + \theta\Gamma [X(v) - B - \Delta]\} P_S(v)dv + \int_{v^1}^{v^2} \{X(v) - B\} P_S(v)dv.$$

No intuito de determinar o efeito do endividamento no valor de mercado da empresa importa calcular  $\partial V/\partial B$ . A obtenção de um valor nulo para  $\partial V/\partial B$  corresponderá à validação do resultado de Miller (1977) de que o valor de mercado de uma empresa é independente da sua estrutura de financiamento. No entanto, caso se obtenha que  $\partial V/\partial B \neq 0$ , então, a decisão sobre a estrutura de financiamento influencia o valor da empresa, devendo esta escolher o nível de endividamento que lhe maximiza o seu valor de mercado,  $V = D + S$ .

(23)

$$\frac{\partial V}{\partial B} = \int_{v^1}^{v^*} \{P_B(v) - P_S(v)[1 - \tau_c]\} dv + \int_{v^2}^{v^3} \{P_B(v) - P_S(v)[1 - \tau_c(1 - \theta)]\} dv + \\ + \int_{v^1}^{v^2} \{P_B(v) - P_S(v)\} dv.$$

A interpretação da equação (23) permite concluir que, os efeitos gerados pela consideração como abatimento fiscal das despesas associadas às amortizações e pelo estabelecimento de um crédito de imposto ( $\Delta, \Gamma > 0$ ) forçam a que a decisão para a empresa do seu nível de endividamento seja necessariamente relevante. Para uma melhor compreensão da equação (23) considere-se novamente que todos os investidores apresentam um comportamento de neutralidade face ao risco e iguais expectativas futuras. A validação destas hipóteses leva a que, em equilíbrio, se obtenha  $P_B(v) = P_B^* \pi(v)$  e  $P_S(v) = P_S^* \pi(v)$ , tal como se demonstrou na dedução da expressão (21). Então, o valor marginal associado à emissão de nova dívida corresponde a:

(24)

$$\frac{\partial V}{\partial B} = \{P_B^* - P_S^*(1 - \tau_c)\} \int_{v^1}^{v^*} \pi(v)dv + \{P_B^* - P_S^*[1 - \tau_c(1 - \theta)]\} \int_{v^2}^{v^3} \pi(v)dv + \{P_B^* - P_S^*\} \int_{v^1}^{v^2} \pi(v)dv.$$

Em (24),  $\partial V/\partial B$  representa o valor actual do *cash-flow* marginal esperado, antes de impostos pessoais, resultante da substituição de uma unidade monetária adicional de capital próprio por alheio. Este valor actual pode ser decomposto em três componentes

que dependem do benefício associado à dedução legal na utilização de uma unidade adicional de dívida. A primeira componente,  $P_B^* - P_S^* (1 - \tau_c)$ , corresponde ao valor actual da substituição de uma unidade de capital por dívida, na situação de utilização máxima de todos os benefícios fiscais associados a uma unidade marginal de dívida. Paralelamente, o primeiro integral em (24) define o valor da probabilidade de dedução legal máxima na utilização de uma unidade adicional de dívida. A segunda componente,  $P_B^* - P_S^* [1 - \tau_c (1 - 0)]$ , representa um menor valor actual, na sequência da perda parcial resultante da não utilização na totalidade do limite máximo definido como crédito de imposto. De igual modo, a terceira parcela,  $P_B^* - P_S^*$ , define ainda um valor actual menor do que os anteriores, uma vez que os resultados gerados pela empresa não permitem o usufruto de qualquer benefício fiscal.

### *3. O caso particular do modelo de Miller*

Uma primeira abordagem ao resultado permite já concluir que, cada empresa, em função dos diferentes preços de mercado e estados da natureza, apresentará maiores ou menores incentivos à transformação de capital por dívida, para a maximização do seu valor de mercado. Esta conclusão permite rebater o resultado apresentado por Miller (1977) e confirmar a validade da teoria de MM (1963), segundo a qual, as empresas que visem como objectivo principal a maximização do seu valor deverão recorrer ao efeito *leverage* como modo de o alcançarem. No entanto, importa derivar, no presente modelo, qual o cenário implícito à formalização de Miller. No pressuposto de que não existem quaisquer abatimentos à colecta e que os custos associados à depreciação não são considerados para o apuramento da matéria colectável,  $\Delta = \Gamma = 0$ , então,  $v^1 = v^2 = v^3$  e a expressão  $\partial V / \partial B$  reduz-se apenas ao primeiro termo da equação (24),

$$(25) \quad \frac{\partial V}{\partial B} = \{ P_B^* - P_S^* (1 - \tau_c) \} \int_{v^1}^{v^*} \pi(v) dv.$$

No ponto em que  $\partial V / \partial B = 0$ , não existe qualquer benefício adicional para a empresa na emissão de dívida, correspondendo ao ponto de óptimo para a empresa. Importa agora considerar o lado dos investidores, para a determinação do equilíbrio entre a procura e a oferta de dívida da empresa. Tal como se justificou no ponto 1, o óptimo de qualquer

investidor marginal requer que as taxas esperadas de rendibilidade depois de impostos das acções e das obrigações, aos preços correntes, sejam iguais:  $(1 - \tau_{PB}^u) P_B^* = (1 - \tau_{PS}^u) P_S^*$ . A inclusão desta expressão na equação (25) possibilita a determinação do equilíbrio<sup>12</sup>:

$$(26) \quad \frac{\partial V}{\partial B} = \frac{P_B^*}{(1 - \tau_{PB}^u)} \{ [(1 - \tau_{PB}^u) - (1 - \tau_{PS}^u)(1 - \tau_c)] \int_0^{v^*} \pi(v) dv \} = 0.$$

Uma vez que o preço de equilíbrio é fixado pela empresa, no valor de  $P_B^* = P_S^* (1 - \tau_c)$ , então, a procura para os títulos de dívida da empresa será feita, apenas, pelos investidores marginais que se encontrem no *intervalo 2*, em que  $(1 - \tau_{PB}^u) = (1 - \tau_{PS}^u)(1 - \tau_c)$ . No caso definido por Miller, de que os rendimentos gerados por acções não são tributados ( $\tau_{PS}^u = \tau_{PS}^t = 0$ ), então obtém-se, em equilíbrio,  $\tau_c = \tau_{PB}^u$ , ou seja, na margem, o benefício fiscal para a empresa de emissão de dívida corresponde à desvantagem fiscal do investidor. A obtenção deste resultado vem demonstrar a incapacidade do modelo de Miller em justificar a procura de títulos de dívida de empresas por investidores associados ao *Intervalo 1*.

#### 4. O equilíbrio do modelo no caso geral

A consideração de um quadro legal em que existam abatimentos à colecta e em que os custos de depreciação sejam englobados no apuramento da matéria colectável ( $\Delta I > 0$ ), leva a que o grau de endividamento influencie positivamente o valor da empresa. Neste sentido, os preços relativos assumem a função de variável de ajustamento do equilíbrio de mercado, em que cada empresa tem apenas um único ponto de óptimo para o seu nível de endividamento. Este único ponto de óptimo resulta de existir, simultaneamente, uma desvantagem fiscal constante para o investidor,  $\tau_{PB}^u$ , e um benefício fiscal marginal decrescente para empresa, na emissão de uma unidade adicional de dívida. No óptimo, o benefício fiscal marginal, para a empresa, da emissão de uma unidade adicional de dívida coincide com a desvantagem fiscal marginal, para o

<sup>12</sup> Esta mesma expressão para Miller (1977) correspondia a:

$$\partial V / \partial B = \{ 1 - [(1 - \tau_{PS}^u)(1 - \tau_c)] / (1 - \tau_{PB}^u) \}.$$

investidor, dessa mesma unidade. No sentido de comprovar esta afirmação, importa identificar qual o nível mínimo de endividamento que a empresa apresentará de forma a usufruir das facilidades legais concedidas. A utilização permanente, em qualquer estado da natureza, do valor máximo estabelecido para o crédito de imposto,  $\Gamma$ , requer que, o valor do endividamento seja suficientemente pequeno de modo a que  $\theta$  multiplicado pelo montante de imposto a pagar pela empresa seja sempre superior ou igual a  $\Gamma$ .

$$\theta\tau_c(X(v)-B-\Delta) \geq \theta\tau_c(X(0)-B-\Delta) \geq \Gamma, \quad \forall v \in [v^1, v^*].$$

Dado que  $X(0)$  é o menor valor possível dos resultados, então, o máximo grau de *leverage*,  $B^{\text{full}}$ , que será consistente com a utilização total do limite superior para o crédito de imposto, em todos os estados da natureza, corresponde a

$$B^{\text{full}} = X(0) - \Delta - \Gamma/(\theta\tau_c) = X(0).$$

Tecnicamente, um nível de endividamento compreendido no intervalo  $0 \leq B \leq B^{\text{full}}$  equivale a considerar que  $v^1=v^2=v^3=0$ , uma vez que, para todos os estados da natureza, todos os abatimentos legais possíveis ( $B$ ,  $\Delta$  e  $\Gamma$ ) encontram-se nos seus limites de utilização. Para este intervalo de  $B$ , a equação (24) reduz-se a,

$$\partial V/\partial B = P_B^* - P_S^*(1-\tau_c), \text{ para } 0 \leq B \leq B^{\text{full}} < X(0).$$

A empresa apenas terá incentivo a colocar de dívida no mercado, no máximo, o montante de  $B^{\text{full}}$  ao preço de  $P_B^* = P_S^*(1-\tau_c)$ . No entanto, a empresa poderá emitir um valor de dívida superior a  $B^{\text{full}}$  perante  $P_B^* > P_S^*(1-\tau_c)$ . Este preço, mais elevado, é exigido pela necessidade de compensar a empresa pela perda dos benefícios fiscais marginais pela emissão de unidades adicionais de dívida, nos estados da natureza  $[v^1, v^3]$ . Para um dado nível de preços,  $P_B^* > P_S^*(1-\tau_c)$ , cada empresa tem um único ponto de óptimo para a sua estrutura de endividamento,  $B^*$ , que resolve a condição de primeira ordem  $\partial V/\partial B = 0$ .

No intuito de caracterizar o equilíbrio do modelo, importa incorporar a procura de dívida efectuada pelos diferentes investidores. Ao preço estabelecido inicialmente pela empresa, de  $P_B^* = P_S^*(1-\tau_c)$ , apenas os investidores que se encontram no primeiro intervalo de tributação irão deter os títulos representativos de dívida. Na hipótese de que

a procura efectuada por estes investidores é superior à oferta de dívida da empresa,  $B^{\text{full}}$ , os preços relativos tenderão a subir para reequilibrar o sistema. Em equilíbrio, a empresa terá um único ponto de óptimo para sua estrutura de endividamento e um nicho de mercado composto pelos investidores marginais para os quais se verifica  $(1 - \tau_{PB}^u) > (1 - \tau_{PS}^u)(1 - \tau_c)$ . Este mesmo resultado pode ser comprovado analiticamente. Para simplificação, mas sem perda de generalidade, considere-se a hipótese de Miller de que  $\tau_{PS}^u = \tau_{PB}^u = 0$  e que o ponto de óptimo de *leverage*,  $B^*$ , ocorre a um nível de dívida sem risco ( $B^{\text{full}} - B^* \leq X(0)$  em que  $v^1 = 0$ ). Neste caso, a existência de um preço de equilíbrio  $P_B^* > P_S^*(1 - \tau_c)$  implica que  $\tau_{PB}^u > \tau_c$ , para os investidores marginais. Substituindo a condição simplificada do óptimo do investidor, de que  $P_S^* = (1 - \tau_c) P_B^*$ , na equação (24), obtém-se:

$$(27) \quad \frac{\partial V}{\partial B}[B^*] = \frac{P_B^*}{(1 - \tau_{PB}^u)} \left\{ \tau_c \left[ \int_0^{v^1} \pi(v) dv + (1 - 0) \int_{v^1}^1 \pi(v) dv \right] - \tau_{PB}^u \right\} = 0.$$

Deste resultado conclui-se que, para baixos níveis de endividamento (menores que  $B^*$ ), o ganho marginal pela emissão de dívida é superior ao custo a pagar ao investidor marginal, pela sua taxa pessoal de imposto, pois existe uma elevada probabilidade de que essa unidade adicional de dívida seja totalmente utilizada na redução da matéria colectável da empresa. De igual modo, para altos níveis de endividamento (superiores a  $B^*$ ), o ganho marginal pela emissão de dívida será inferior ao custo a pagar ao investidor marginal, pela sua taxa pessoal de imposto, pois existe uma elevada probabilidade de que essa unidade adicional de dívida seja parcialmente, ou totalmente, inutilizada na redução da matéria colectável da empresa. No óptimo associado a  $B^*$ , o benefício fiscal para a empresa resultante da emissão de dívida adicional corresponde à desvantagem fiscal para o investidor, dessa mesma emissão.

Um último aspecto a realçar, no modelo de DeAngelo e Masulis, prende-se com o papel que os diferentes segmentos de mercado, associados aos diferentes níveis de tributação, assumem na determinação do equilíbrio do modelo.

Gordon (1982), na sequência do resultado de DeAngelo e Masulis, analisa as escolhas dos investidores em função do factor tributário e do grau de endividamento das empresas. Os resultados obtidos, igualmente na consideração de um comportamento de

neutralidade dos investidores face ao risco, sugerem também a criação de diferentes segmentos de mercado, com os investidores sujeitos a menores tributações pessoais a centrarem as suas carteiras em títulos de empresas com elevados níveis de endividamento, e o resultado inverso para os investidores sujeitos a maiores tributações. No entanto, todas estas conclusões devem ser encaradas com algum cuidado, uma vez que a generalidade dos investidores não adopta um comportamento de neutralidade face ao risco, mas antes de aversão.

#### **2.2.4 A Análise de Poterba do Modelos de Miller e DeAngelo e Masulis (1989)**

Poterba (1989) confirma os segmentos de mercado identificados pelos modelos de Miller e de DeAngelo e Masulis, incorporando na análise uma terceira alternativa de aplicação financeira associada às *municipal bonds*. Este tipo de obrigação caracteriza-se pela ausência de qualquer tipo de tributação sobre os rendimentos gerados por esta. No entanto, e em contrapartida deste benefício fiscal, apresenta uma menor taxa de rendibilidade que todos os outros títulos. Nos Estados Unidos, a emissão deste tipo de obrigação revela-se particularmente eficiente no financiamento dos vários municípios, uma vez que é o próprio mercado que avalia a gestão camarária pelo maior ou menor grau de aceitação dos títulos. A criação deste tipo de obrigação, a prazo, em Portugal seria um importante passo na consolidação do reequilíbrio orçamental, tendo em vista o cumprimento dos critérios de Maastricht, na medida em que uma parte significativa das actividades dos municípios passaria a ser financiada pelo mercado.

Na hipótese de que a rendibilidade de uma empresa financiada na totalidade por dívida<sup>13</sup>, antes de impostos, assume o valor fixo de  $r_0$ , então, a rendibilidade depois de impostos para o detentor das obrigações da empresa corresponderá a  $(1-\tau_{PB})r_0$ . Por analogia, o detentor do capital de uma empresa financiada exclusivamente por capitais próprios receberá uma taxa de rendibilidade, depois de imposto, no valor de  $(1-\tau_C)(1-\tau_{PS})r_0$ . A consideração de diferentes taxas marginais de imposto entre os detentores do capital da empresa leva a que, para aqueles em que  $(1-\tau_{PB}) > (1-\tau_C)(1-\tau_{PS})$  a estratégia óptima seja deter apenas obrigações, enquanto que para os outros, a estratégia óptima seja apenas deter acções. Tal como foi demonstrado anteriormente, o equilíbrio do

<sup>13</sup> Esta hipótese, impossível na prática, apenas se estabelece para a determinação das relações de equilíbrio do mercado.

modelo do Miller caracteriza-se pelo resultado da equação (20). O passo seguinte passa pela inclusão na análise de uma terceira alternativa de aplicação financeira associada às *municipal bonds*. Num cenário de ausência de incerteza e de tributação sobre os rendimentos gerados por uma acção, seria indiferente deter uma acção ou uma obrigação isenta de tributação, assumindo estes títulos o carácter de perfeitos substitutos. Este facto obrigaria a que, em equilíbrio, ambos os títulos apresentassem uma taxa de rendibilidade de  $(1-\tau_{PB})r_0$ . No entanto, a existência de tributação sobre os rendimento gerados por uma acção, leva a que, apenas os investidores para os quais se verifique que  $R_M > (1-\tau_{PB})r_0$  e  $R_M > (1-\tau_C)(1-\tau_{PS})r_0$  sejam os detentores de *municipal bonds*, onde  $R_M$  representa a rendibilidade destes títulos. Estes investidores caracterizam-se por apresentarem um valor de  $\tau_{PS}$  superior a  $\tau_{PS}^{**}$ , que corresponde à taxa de tributação pessoal sobre os rendimentos das acções que torna indiferente, para um dado investidor marginal, o investimento entre acções e *municipal bonds*. Neste sentido, as autoridades tenderão a fixar a rendibilidade a oferecer aos agentes em função da taxa de tributação deste investidor marginal,  $\tau_{PS}^{**}$ , ou seja:

(28) 
$$R_M = (1-\tau_{PS}^{**})(1-\tau_C)r_0.$$

Um aumento das necessidades de financiamento dos municípios levará a uma redução do valor de  $\tau_{PS}^{**}$  para que mais investidores sejam induzidos a deter dívida municipal em vez de acções, reduzindo-se, assim, o diferencial de rendibilidades entre as obrigações tributadas e isentas. A figura (4) resume a relação entre a taxa marginal de tributação do investidor e a sua escolha de activos, assumindo que  $\tau_{PS}^{\mu}$  é uma função linear de  $\tau_{PB}^{\mu}$ .

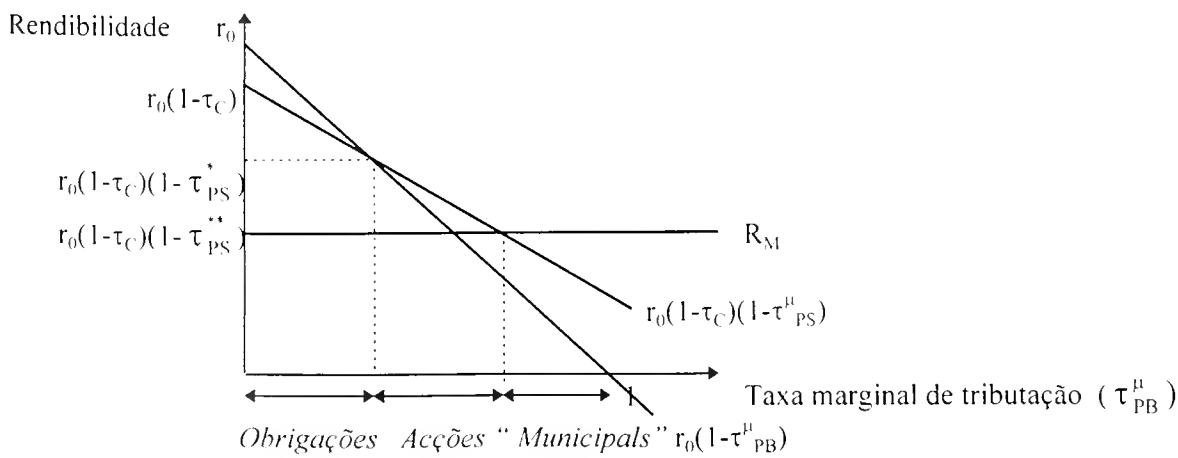


Figura (4) - A escolha de activos nos Modelos de Miller (1977) e de DeAngelo e Masulis (1980).

Deste modo conclui-se pela existência de três segmentos de mercado associados a diferentes intervalos de tributação, e que se resumem no seguinte quadro:

Quadro (3) -Segmentos de mercado identificados por Poterba (1989).

Intervalo de variação de $\tau_{PB}^H$	Escolha ótima para o agente
Escalão definido entre 0 e $\tau_{PB}^*$	Obrigações de empresas
Escalão definido entre $\tau_{PB}^*$ e $\tau_{PB}^{**}$	Acções de empresas
Escalão definido entre $\tau_{PB}^{**}$ e 1	Municipal bonds

Importa realçar que, a criação de um mercado de *municipal bonds* faz-se pela transferência, para este mercado, das aplicações dos investidores sujeitos às mais altas taxas de tributação pessoal, em detrimento do investimento em acções de empresas. Este facto pode potenciar um efeito perverso ao nível do investimento privado, uma vez que a aceitação, pelos municípios, de maiores taxas de colocação de dívida forçará um maior recurso ao capital alheio como modo de financiamento das empresas.

2.2.5 O comentário às Proposições de Modigliani-Miller

Ao apresentar alguns dos comentários surgidos, ao longo dos últimos 30 anos, à teoria de MM, importa primeiramente realçar a sua validade no âmbito das hipóteses pré-definidas de, existência de mercados perfeitos de capitais, inexistência de custos de transacção e de informação disponível, e sem custos, para todos os participantes no mercado. Nesta última hipótese inclui-se também o valor futuro das variáveis relevantes e os parâmetros das suas distribuições. No entanto, todo este conjunto de hipóteses tende a não encontrar total correspondência empírica, facto que conduz ao questionamento da teoria de MM, com o conseqüente efeito nos pressupostos do modelo de Miller e em alguns resultados de DeAngelo e Masulis. A evidência tem demonstrado que, por um lado, o valor de uma empresa depende da sua estrutura de capital e política de dividendos e que, pelo outro, as empresas não apresentam apenas como único objectivo a maximização do seu valor de mercado.

Começando por analisar a questão suscitada, em termos da estrutura do capital, MM partem do pressuposto que o resultado esperado antes de encargos financeiros e impostos,  $E(X_j)$ , é independente do grau de *leverage* da empresa. No entanto, e tal como



Gordon (1989) fundamenta, esta hipótese é apenas válida para empresas não reguladas<sup>14</sup>. Para uma empresa regulada, a estrutura do capital condiciona negativamente o nível de resultados esperados,  $E(X_j)$ , uma vez que uma parte destes é transferida para os consumidores.

Uma segunda questão resulta da relação entre o valor de mercado de uma empresa e a sua política de dividendos. No âmbito da teoria de MM, estas duas variáveis assumem-se como independentes, no pressuposto de um mercado de capitais perfeito. A validação deste resultado obrigaria à consideração de relações de perfeita substituíbilidade entre o financiamento, para investimento, via emissão de acções ou retenção de resultados e, ainda, entre a distribuição de dividendos aos accionistas e a recompra de acções. No entanto, em termos práticos, verifica-se uma menor tributação das mais-valias face aos dividendos e maiores custos de transacção para a emissão de acções do que os associados à retenção de resultados. Deste facto decorre que, a maximização do valor de uma empresa passa pela utilização dos resultados retidos, como forma de financiamento de investimentos, e pela distribuição de resultados aos detentores do capital através da recompra das acções, ao invés da distribuição de dividendos. Aliás, é a constatação desta mesma imperfeição de mercado, ao nível fiscal, que leva a que Modigliani e Miller (1961) sugiram a formação de diferentes clientelas para os títulos das empresas, em função das suas políticas de dividendos.

Uma última questão deriva do pressuposto, pela teoria de MM, de como único objectivo de uma empresa a maximização do seu valor de mercado. No entanto, Jensen e Meckling (1976) provam que, numa situação de informação assimétrica entre os accionistas, uma empresa não tende a apresentar como único objectivo a maximização do seu valor. A consideração, simultaneamente, de accionistas *insiders/outsiders* à administração da empresa sugere que os *insiders* tentem maximizar, paralelamente ao valor de mercado da empresa, os seus próprios benefícios pessoais<sup>15</sup>. Por último, importa referenciar que, actualmente, as empresas são muito mais confrontadas com a necessidade de criarem vantagens competitivas sustentáveis, de longo prazo, através do investimento e da formação em capital humano, do que com a necessidade de maximizarem o seu valor de mercado.

---

<sup>14</sup> Gordon está implicitamente a admitir o modelo de regulação económica do tipo Averch-Johnson.

<sup>15</sup> Tema desenvolvido no âmbito de um modelo de agência.

## **2.3 O efeito da tributação sobre mais-valias nas escolhas dos agentes**

### **2.3.1 Os desincentivos de ordem fiscal à distribuição de dividendos**

Até ao momento, apenas se considerou para a avaliação de uma acção os fluxos futuros a gerar por esta, não se discriminando se estes assumem a forma de dividendos ou de ganhos de capital. Uma correcta avaliação de uma acção deve incorporar, para além dos dividendos a receber, o preço que se espera obter aquando da alienação desse título, ou seja,

$$(29) \quad P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{\text{Div}_t}{(1+r)^t} + \frac{P_n}{(1+r)^n},$$

em que  $\text{Div}_t$  representa os dividendos gerados por esta acção,  $P_n$ , o preço esperado no período  $n$  e  $r$  a respectiva taxa de rendibilidade exigida pelo investidor. A consideração de um sistema de tributação com diferentes taxas de imposto sobre dividendos e mais-valias obtidas obriga à correcção da equação (29), obtendo-se,

$$(30) \quad P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{\text{Div}_t (1 - \tau_p)}{[1 + r(1 - \tau_p)]^t} + \frac{P_n - (P_n - P_0)\tau_g}{[1 + r(1 - \tau_p)]^n},$$

onde a parcela  $(P_n - P_0)\tau_g$  corresponde ao montante de imposto sobre mais-valias a pagar pelo investidor e  $\tau_p$  a sua respectiva taxa marginal de tributação, com  $\tau_g < \tau_p$ . Uma análise à equação (30) permite concluir que, uma empresa que pretenda distribuir resultados aos seus accionistas o poderá fazer de dois modos: pela distribuição de dividendos tributados à taxa  $\tau_p$ ; ou pela criação de uma mais-valia tributada à taxa de  $\tau_g$ . A comparação entre estas duas alternativas, na óptica do investidor, não deixa margem de dúvida em relação à preferência pela segunda opção. Uma menor taxa de tributação das mais-valias, em relação à que incide sobre os dividendos, gera um claro incentivo à criação de ganhos de capital através da recompra pela empresa das suas próprias acções. No entanto, existem várias restrições legais a este tipo de operação, para além de todos os argumentos que fundamentam a importância da distribuição de dividendos como um elemento de valorização da empresa para o mercado. No Reino Unido, uma empresa apenas pode comprar as suas próprias acções mediante autorização judicial e em muitos outros países este tipo de operação merece igual tratamento fiscal ao dos dividendos. A

consideração destes impedimentos legais justifica que, as empresas, ao pretenderem distribuir os seus resultados, adoptem uma outra estratégia equivalente à anterior, na hipótese da existência de um mercado de capitais perfeito. Considere-se para o caso uma empresa que pretende distribuir um dividendo no montante de  $X$ . Paralelamente a esta possibilidade, a empresa pode adquirir uma participação numa outra empresa no mesmo valor. A realização desta segunda operação corresponde a uma operação meramente financeira, uma vez que nada de real é verdadeiramente transaccionado. Deste modo, os investidores recebem da empresa o mesmo montante  $X$  que receberiam pela distribuição de dividendos, sendo tributados à taxa  $\tau_g$ , menor que a aplicável sobre os dividendos. Em contrapartida, a empresa “original” vale agora mais  $X$  do que valeria caso tivesse procedido à distribuição de dividendos. Estas duas opções - o pagamento de dividendos ou a compra pela empresa de uma outra empresa - são exactamente equivalentes se ambas as empresas forem detidas pelo mesmo proprietário. No entanto, mesmo que diferentes agentes detenham diferentes empresas, estas duas opções continuarão a ser equivalentes desde que exista uma empresa que apresente as mesmas características de risco que a empresa que procede à aquisição (caso contrário, as oportunidades de risco disponíveis para os agentes serão alteradas). O recurso a esta estratégia gera apenas reajustamentos nas carteiras dos agentes (Atkinson e Stiglitz, 1980).

Uma segunda classe de desincentivos à distribuição de dividendos deriva dos benefícios associados à retenção de resultados para o investidor. No intuito de fundamentar esta afirmação, importa comparar, na óptica do investidor, as situações em que os resultados são retidos ou distribuídos. Neste sentido, considere-se o seguinte quadro:

*Quadro (4) - Comparação entre resultados retidos e distribuídos na óptica do investidor.*

	<i>Período 1</i>	<i>Período 2</i>
<i>Distribuição</i>	$X_t(1-\tau_c)(1-\tau_p) = A$	$A(1+r_1)$
<i>Retenção:</i>		
<i>Sem Benef. Fiscais</i>	$X_t(1-\tau_c) = B$	$B(1+r_2)$
<i>Com Benef. Fiscais</i> <sup>16</sup>	$X_t$	$X_t(1+r_2)$

<sup>16</sup> Na hipótese de retenção com benefícios fiscais à retenção considerou-se o caso-limite em que o benefício anula o imposto.

onde  $X_1$  representa o resultado antes de impostos,  $r_1$  a taxa de juro passiva obtida pelos particulares e  $r_2$  a taxa de juro passiva obtida pela empresa. Numa situação de incerteza associada às duas aplicações alternativas, de um modo geral, assiste-se a  $r_2 > r_1$  uma vez que uma parcela da margem de intermediação financeira obtida pelos operadores financeiros é concedida à empresa. A ordenação final do conjunto de rendimentos à disposição do investidor, no período 2, corresponderá a

$$X_t(1+r_2) > B(1+r_2) > A(1+r_1),$$

de onde se conclui que, qualquer que seja a taxa marginal de imposto do accionista, ele maximiza a sua riqueza na hipótese de retenção dos resultados pela empresa (Miller e Scholes, 1982). Na sequência desta conclusão, um investidor, ao canalizar as suas poupanças para este tipo de aplicação financeira, sabe que o retorno desse mesmo investimento passa pela obtenção de uma mais-valia na alienação das respectivas acções, e não pelos fluxos associados aos dividendos que estas geram. Este mesmo facto implica a especialização dos investidores, interessados na detenção deste tipo de activo, na gestão activa das suas posições, de modo a efectivarem os ganhos potenciais. Neste sentido, pode-se mesmo sugerir a existência de uma “clientela” própria para este tipo de mercado, não no tradicional sentido associado ao factor fiscal, determinada em função dos requisitos necessários à gestão de posições.

No entanto, o facto de uma parcela significativa dos resultados das empresas continuar a ser distribuída sob a forma de dividendos justifica um estudo mais aprofundado sobre os efeitos gerados pela existência de diferentes taxas de tributação na valorização de uma acção. O trabalho apresentado por Atkinson e Stiglitz (1980) procura exactamente responder a esta questão, sendo por esse facto do máximo interesse apresentá-lo.

### ***2.3.2 O modelo de Atkinson e Stiglitz (1980)***

O modelo parte de numa simples condição de equilíbrio para o mercado de capitais, segundo a qual, no período  $\eta$ , os dividendos recebidos mais a apreciação do capital iguala o custo de oportunidade associado à posse da empresa, definido como  $r(1-\tau)$ . Esta mesma condição, depois de impostos, corresponde a:

$$(31) \quad (1-\tau_p)D_\eta + (1-\tau_g)(\Psi_{\eta+1}-\Psi_\eta) = r(1-\tau)\Psi_\eta,$$

em que  $D_\eta$  e  $\Psi_\eta$  representam, respectivamente, o dividendo distribuído pela empresa e o valor de mercado de uma sua acção, no período  $\eta$ . Rearranjando a expressão (31), obtém-se a seguinte equação às diferenças,

$$\Psi_{\eta+1} - \left[ 1 + \frac{r(1-\tau_p)}{(1-\tau_g)} \right] \Psi_\eta = - \frac{(1-\tau_p)}{(1-\tau_g)} D_\eta,$$

a qual apresenta como solução,

$$(32) \quad \Psi_0 = \frac{(1-\tau_p)}{(1-\tau_g)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{D_i}{\left[ 1 + r \frac{(1-\tau)}{(1-\tau_g)} \right]^{i+1}}$$

(em que se assume a convergência da série associada ao somatório). Pode então definir-se a cotação de mercado de uma acção como o valor actual dos dividendos descontados a uma taxa associada ao custo de oportunidade do capital corrigida pelo tratamento fiscal das mais-valias. No caso em que as mais-valias são tributadas à mesma taxa que o rendimento,  $\tau_g = \tau_p$ , e em que a taxa de imposto implícita no custo de oportunidade do capital coincide também com a do rendimento,  $\tau = \tau_p$ , o valor de mercado de uma acção será exactamente o mesmo que na hipótese de ausência de qualquer tributação.

Importa igualmente analisar os resultados obtidos por Atkinson e Stiglitz na perspectiva das escolhas dos investidores em função da suas tributações pessoais. Para esse efeito, considere-se uma empresa que distribui um dividendo no montante de uma unidade monetária, em cada período  $\eta$ , e que a taxa de tributação implícita no custo de oportunidade do capital corresponde à própria taxa de imposto paga pela empresa, ou seja,  $\tau = \tau_c$ . Este segundo pressuposto corresponde à consideração de que o custo de oportunidade inerente à propriedade da empresa coincide com a sua própria rendibilidade depois de impostos. Nestas circunstâncias, a equação (32) resume-se a<sup>17</sup>,

<sup>17</sup> Uma vez que a razão da série apresentada na equação (32) é menor que 1, em módulo, aplica-se-lhe o resultado associado à soma de progressão geométrica com infinitos termos.

$$\Psi_0 = \frac{1}{\left[ \begin{matrix} (1 - \tau_c) \\ r(1 - \tau_p) \end{matrix} \right]},$$

onde  $\Psi_0$  assume a forma de uma perpetuidade descontada à taxa de rentabilidade depois de impostos, corrigida pela respectiva taxa marginal de tributação aplicável a cada agente. Este resultado é perfeitamente justificável pois, perante um mesmo regime de tributação das mais-valias, o factor que diferencia as valorizações dos agentes centra-se nas suas taxas marginais de tributação. Este facto permite concluir que, uma mesma acção apresentará diferentes valorizações para dois investidores, A e B, com  $\Psi_0^B > \Psi_0^A$  na hipótese de  $\tau_p^A > \tau_p^B$ , criando-se assim um incentivo a formação de clientelas. Os investidores sujeitos a menores tributações tenderão a centrar as suas aplicações nos títulos que lhe gerem os maiores dividendos possíveis, enquanto que os investidores sujeitos a maiores tributações centrarão os seus investimentos nos títulos que lhe possibilitem as maiores mais-valias possíveis.

No entanto, Miller e Scholes (1978) provam que os accionistas se podem proteger completamente da tributação sobre os dividendos, através do recurso ao endividamento e à aquisição de investimentos não tributados, tais como fundos de pensões e contratos de seguro. Deste modo, e segundo estes autores, os preços destes activos tenderão a reflectir uma taxa de tributação nula, na hipótese de  $\tau_g=0$ .

### **2.3.3 O modelo de Miller e Scholes (1978)**

Os resultados demonstrados por Miller e Scholes derivam exactamente das diferenças de tributação existentes entre os fluxos gerados por ganhos de capital e os dividendos. Este facto gera um claro incentivo, em especial para os investidores com maiores níveis de tributação pessoal, à transformação dos dividendos em ganhos de capital, pelo recurso a um empréstimo pessoal. Considere-se para o efeito, um investidor que possui uma riqueza inicial no montante de 25,000 u.m., investida em 2,500 acções, com um preço base de 10 u.m. e que apresentam uma taxa de rendibilidade esperada de 10%, ou seja, um dividendo esperado por acção de 0.4 u.m. e uma apreciação esperada sobre o preço inicial de 0.6 u.m.. Paralelamente, o investidor solicita ainda um empréstimo no valor de 50,000 u.m. à taxa de juro de 6%, investindo-o na aquisição de

mais 5,000 ações da mesma empresa. As posições deste investidor, no início e no fim do período, poder-se-ão resumir nos seguintes balanços:

Balanço do Investidor no início do período

<u>Activo</u>	<u>Valor</u>	<u>Passivo</u>	<u>Valor</u>
7,500 ações*10 u.m.	75,000 u.m.	Empréstimo	50,000 u.m.
		<u>Sit. Líquida</u>	25,000 u.m.
Total	75,000 u.m.	Total	75,000 u.m.

Balanço do Investidor no final do período

<u>Activo</u>	<u>Valor</u>	<u>Passivo</u>	<u>Valor</u>
7,500 ações*10,6 u.m.	79,500 u.m.	Empréstimo	50,000 u.m.
Dividendos Recebidos	3,000 u.m.	Juros Pagos	3,000 u.m.
		<u>Sit. Líquida</u>	29,500 u.m.
Total	82,500 u.m.	Total	82,500 u.m.

Se o investidor decidir encerrar as posições assumidas, no final do período, a sua declaração de rendimentos para apuramento da matéria colectável será composta de duas parcelas, na sequência das diferentes taxas de tributação que incidem sobre o rendimento e sobre os ganhos de capital.

Declaração de Rendimentos do Investidor no final do período

<u>Rendimento</u>	<u>Valor</u>	<u>Ganhos de Capital</u>	<u>Valor</u>
Dividendos Recebidos	3,000 u.m.	Venda de 7,500 ações a 10,6 u.m.	79,500 u.m.
(-) Juros Pagos	3,000 u.m.	(-)Valor inicial a 10 u.m.	75,000 u.m.
Rendimento tributável	0 u.m.	Mais-valia líquida obtida ( $\tau_g=0$ )	4,500 u.m.

Caso o investidor mantenha a posição para o período seguinte, o retorno do seu investimento assumirá a forma de ganhos de capital não realizados.

O custo de converter dividendos em ganhos de capital, por este processo, passa por um acréscimo no grau de risco a assumir pelo agente. O rendimento, depois de impostos, a receber por um investidor, com um dado nível de endividamento, pode ser expresso como,

(33) 
$$Y = gS + d(1-\tau_p)S - r(1-\tau_p)B.$$

em que  $g$  representa a taxa de rendibilidade implícita nos ganhos de capital das acções,  $S$ , o valor inicial das acções,  $d$ , a taxa de rendibilidade implícita nos dividendos, antes de impostos,  $\tau_p$ , a taxa marginal de tributação aplicável ao agente,  $r$ , a taxa de juro, e por fim,  $B$ , o valor inicial do empréstimo obtido para a compra das acções. Designando por  $W \equiv S - B$  a riqueza líquida do investidor e por  $R \equiv d + g$  a taxa de rendibilidade implícita numa acção, antes de impostos, então, a taxa de rendibilidade implícita na riqueza líquida do agente, depois de impostos, é dada por,

$$(34) \quad Y^*W \equiv y = r(1 - \tau_p) + (R - r + \tau_p(r - d))s,$$

em que  $S/W \equiv s$ , correspondendo a uma medida do grau de endividamento do investidor. Um valor nulo para  $s$  significa uma carteira composta apenas por obrigações, as quais geram uma taxa de rentabilidade de  $r(1 - \tau_p)$ ;  $s=1$  implica uma carteira formada na totalidade por acções, sem qualquer obrigação e empréstimo, e com uma taxa de rendibilidade de  $R - \tau_p d$ ; por último,  $s > 1$  corresponde à consideração da uma carteira que incorpora uma parcela de capital alheio. No caso-limite em que se assume como conhecida a rendibilidade dos dividendos, o desvio-padrão da taxa de rendibilidade da riqueza líquida do investidor será proporcional a  $s$ , ou seja,  $\sigma_y = \sigma_R s$ . Considerando  $s$  como uma variável *proxy* de  $\sigma_y$ , o tradicional binómio para um investidor entre rendibilidade *versus* risco resulta na seguinte expressão linear,

$$(35) \quad E(y) = y = r(1 - \tau_p) + (E(R) - r + \tau_p(r - d))s.$$

A figura (5) representa o conjunto de oportunidades descrito na equação (35) para dois investidores, com e sem tributação, na presença do mecanismo de eliminação dos dividendos descrito anteriormente. No caso normal, em que  $r > d$ , as duas curvas encontrar-se-ão no ponto em que o montante de juros pagos corresponde ao valor dos dividendos recebidos, ou seja,  $s = r/(r - d)$ . Se as deduções associadas aos juros estiverem limitadas ao valor dos dividendos recebidos, tal como é considerado no modelo de Miller e Scholes, qualquer ponto para além de  $s = r/(r - d)$  será inadmissível, em termos legais, para o investidor sujeito a tributação.



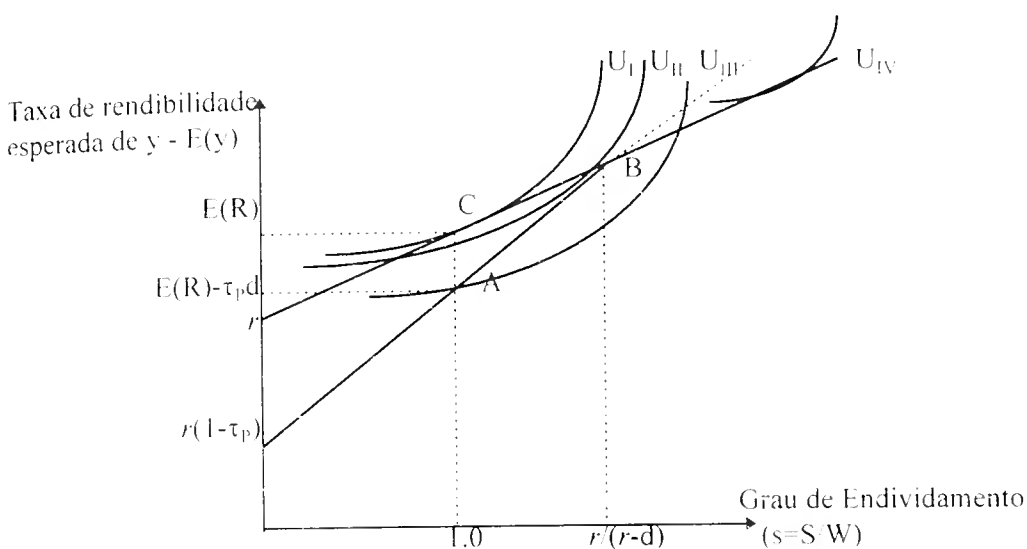


Figura (5) - Conjunto de oportunidades para dois investidores com e sem tributação pessoal: rentabilidade esperada versus grau de endividamento (risco).

O maior declive apresentado pela curva associada ao agente sujeito a tributação corresponde a um menor custo relativo do endividamento face à sua rendibilidade gerada, o que, na hipótese *coeteris paribus*, incentiva o recurso ao capital alheio até ao ponto em que não exista a obrigatoriedade do pagamento de qualquer imposto sobre os dividendos. Em termos da figura (5), a perda de bem-estar para o investidor pelo facto de ser tributado é dada pela diferença entre as curvas de indiferença I e II, e não por I e III, uma vez que o investidor se encontra disposto a adoptar este tipo de procedimento para eliminação dos dividendos. Apenas os investidores extremamente tolerantes face ao risco e isentos do pagamento de qualquer imposto poderão atingir o nível de utilidade associado à curva de indiferença IV. Neste ponto, o montante de juros a pagar ultrapassa o valor dos dividendos a receber pelo investidor. A consideração de uma taxa de imposto sobre os ganhos de capital, em que  $\tau_g > 0$  mas  $\tau_g < \tau_p$ , não altera quaisquer das conclusões do modelo.

Miller e Scholes consideraram ainda uma outra possibilidade de eliminação dos dividendos, igualmente centrada no recurso ao endividamento pelo investidor para a aquisição de um seguro. Deste modo, a aquisição de um seguro serve para controlar o nível de risco da carteira e, em particular, para neutralizar qualquer acréscimo de risco que o investidor tenha assumido, via empréstimo, no processo de transformação dos dividendos em ganhos de capital. Voltando ao exemplo apresentado anteriormente, considere-se que o investidor pretende eliminar os dividendos, sujeitos a tributação, mas

que não se encontra disposto a aceitar um nível de risco superior ao de uma carteira financiada apenas por fundos próprios. Neste sentido, o investidor solicita um empréstimo no montante de 16,667 u.m. e investe-o num seguro, sem risco, o qual gera uma rendibilidade igual à taxa de juro de 6% (idêntica a  $r$ ). O balanço no início do período e a declaração de rendimentos para apuramento da matéria colectável deste investidor, na hipótese de que ele não pretende desfazer a sua posição como accionista da empresa, poder-se-ão resumir a:

*Balanço do Investidor no início do período*

<u>Activo</u>	<i>Valor</i>	<u>Passivo</u>	<i>Valor</i>
2,500 acções * 10 u.m.	25,000 u.m.	Empréstimo	16,667 u.m.
Seguro	16,667 u.m.	<u>Sit. Líquida</u>	25,000 u.m.
Total	41,667 u.m.	Total	41,667 u.m.

*Declaração de Rendimentos do Investidor no final do período*

<u>Rendimento</u>	<i>Valor</i>
Dividendos Reccebidos de 0,4 u.m. por acção.	1,000 u.m.
(-) Juros Pagos no Empréstimo à taxa de 6%	1,000 u.m.
Rendimento tributável	0 u.m.

Desta forma, o investidor não correrá nenhum risco de exposição associado ao empréstimo, conseguindo alcançar um rendimento tributável nulo e uma rendibilidade da carteira no valor de 2,500 u.m., que correspondem à soma de 1.500 u.m. de ganhos de capital não realizados mais 1.000 u.m. de juros geradas pelo seguro e isentas do pagamento de qualquer imposto. Em conclusão, o seguro possibilita o balanceamento do peso do endividamento na carteira e a obtenção de um rendimento isento de qualquer imposto pelo investidor.

Como resultado desta análise, Miller e Scholes estabelecem a seguinte proposição: dada a decisão de investimento de uma empresa, a sua política de dividendos não influencia o bem-estar dos seus accionistas. O mecanismo apresentado por estes autores representa um importante passo na imunização das carteiras face ao factor fiscal, em particular para os investidores sujeitos a maiores taxas de tributação. No entanto, este facto não impede que os investidores isentos de tributação, ou sujeitos às menores taxas, continuem a ponderar de forma significativa os dividendos esperados

na avaliação de uma acção, uma vez que não têm qualquer incentivo ao recurso dos procedimentos sugeridos por Miller e Scholes.

### 2.3.4 A distorção associada ao “Locked-In Effect”

Uma das mais importantes distorções associadas à tributação sobre os ganhos de capital é a que a literatura designa por *locked-in effect*. Este efeito deriva do facto de os ganhos de capital serem apenas tributados no momento da sua realização. Assim, um investidor, na decisão de alienar uma acção, necessita de comparar a parcela de imposto que pagará hoje com a que pagará na hipótese de ele continuar a deter o título por mais um período. A sua decisão final, entre vender o título hoje ou amanhã, depende da taxa de apreciação esperada do título para o período seguinte. No sentido de justificar esta afirmação considere-se a seguinte expressão, a qual mantém a mesma notação-base introduzida pelo modelo de Atkinson e Stiglitz:

$$(36) \quad [\Psi_{\eta} + (\Psi_{\eta+1} - \Psi_{\eta})(1 - \tau_g)](1 + r(1 - \tau_p)) < [\Psi_{\eta} + (\Psi_{\eta+1}(1 + g) - \Psi_{\eta})(1 - \tau_g)],$$

com  $g$  e  $r$  a representarem, respectivamente, a taxa esperada de apreciação do título e a taxa de juro passiva no intervalo de tempo entre  $\eta+1$  e  $\eta+2$ . A expressão, tal como está apresentada com o respectivo sinal de desigualdade, corresponde à situação associada ao *locked-in effect*. Entre as duas opções possíveis, desfazer a posição hoje e aplicar o montante obtido à taxa de juro sem risco, depois de impostos pessoais, ou desfazer a posição apenas no período seguinte, prevalece esta segunda opção correspondente ao lado direito da inequação. No entanto, importa determinar o ponto de indiferença, para o investidor, entre as duas opções. Resolvendo a expressão (36) como uma simples equação obtém-se que

$$\frac{\Psi_{\eta+1}}{\Psi_{\eta}} = \frac{\tau_g r (1 - \tau_p)}{(1 - \tau_g) [g - r(1 - \tau_p)]}.$$

O rácio entre  $\Psi_{\eta+1}/\Psi_{\eta}$  funciona, para o investidor, como a taxa marginal de substituição intertemporal entre o período  $\eta$  e  $\eta+1$ . Assumindo que  $\Psi_{\eta+1}/\Psi_{\eta} = 1 + d$ , em que  $d$  corresponde à taxa de apreciação do título no intervalo de tempo entre  $\eta$  e  $\eta+1$ , e simplificando, determina-se

$$(37) \quad g^* = r(1-\tau_c) + \frac{\tau_p r(1-\tau_p)}{(1-\tau_p)(1+d)}.$$

Este resultado permite concluir que, a equivalência entre as duas opções requer que a taxa esperada de apreciação do título, para o período seguinte, seja superior à taxa de juro passiva, depois de impostos, numa parcela que depende, fundamentalmente, da dimensão do valor de  $d$ . Concretizando para o caso português, na consideração de uma taxa de tributação nula sobre mais-valias obtidas em acções<sup>18</sup>, o valor final de  $g^*$  corresponde a

$$g^* = r(1-\tau_p).$$

Da comparação entre o valor esperado para a taxa de apreciação do título pelo investidor,  $g$ , e o valor que garante a igualdade entre as duas opções descritas anteriormente,  $g^*$ , resulta a decisão do investidor em vender hoje o título ( $g^* > g$ ) ou vender no período seguinte ( $g^* < g$ ). A consequência directa do *locked-in effect* traduz-se numa redução da liquidez apresentada pelos títulos. Este mesmo efeito tende a agravar-se nas fases de expansão do ciclo económico, nas quais os agentes tendem a formar expectativas em alta. Por último, é ainda oportuno abordar o conceito que a teoria económica define como a *ineficiência na troca*. A eficiência económica requer que cada título seja detido pelo agente que o mais valoriza, ou seja, para quem espera que este gere a maior rendibilidade de todos os títulos. No entanto, o *locked-in effect* leva a que um agente retenha na sua posse um título, mesmo existindo outros agentes a valorizarem-no mais.

#### **2.4 O efeito da tributação no Modelo de Equilíbrio de Activos Financeiros (MEAF)**

Após a apresentação do efeito da tributação sobre os ganhos de capital nas escolhas dos agentes, na terceira secção, importa agora proceder à integração de toda a teorização apresentada num só modelo. Inevitavelmente, este processo de integração socorre-se do Modelo de Equilíbrio de Activos Financeiros (MEAF) introduzido por Sharpe-Lintner-Mossin, cuja a sua versão-base, sem impostos corresponde a:

<sup>18</sup> Uma vez que se pressupõe que o investidor deteve o título durante o período fiscal anterior, então, as mais-valias obtidas, segundo o actual regime fiscal, encontram-se isentas de tributação.

$$(38) \quad E(R_j) = r_f + \beta_j [E(R_M) - r_f],$$

em que  $\beta_j = \sigma_{jM} / \sigma_M^2$ , ou ainda,

$$(39) \quad E(R_j) = r_f + [(E(R_M) - r_f) / \sigma_M] \sigma_{jM} / \sigma_M.$$

A rendibilidade esperada de um título  $j$  corresponde à taxa de juro sem risco,  $r_f$ , mais um prémio de risco resultante da multiplicação entre o preço de mercado de uma unidade de risco,  $(E(R_M) - r_f) / \sigma_M$ , pelo montante de risco do título,  $\sigma_{jM} / \sigma_M$ . Rubinstein (1973) incorpora no modelo o efeito fiscal, associado à tributação dos resultados das empresas, descrito pela teoria de Modigliani-Miller, passando  $\beta_j$  a ser descrito como,

$$(40) \quad \beta_j = \left[ 1 + (1 - \tau_c) \frac{B_j}{S_j} \right] \beta_j^*,$$

em que  $\beta_j^*$  descreve o risco sistemático de uma empresa não endividada. Este resultado permite diferenciar na análise o risco de exploração, ou operacional, do risco financeiro<sup>19</sup>. No entanto, ambas as formalizações continuam a ignorar a presença de qualquer tributação sobre o rendimento dos investidores na determinação da solução de equilíbrio. A implicação desta hipótese conduz a uma mesma solução de equilíbrio para todos os investidores, a que corresponde uma mesma carteira de títulos, e a uma situação de indiferença para os investidores entre receberem os rendimentos sob a forma de dividendos ou de ganhos de capital.

O reconhecimento da existência de impostos e, em particular, do facto de os ganhos de capital serem tributados, na generalidade, a uma menor taxa que os dividendos, leva a uma alteração dos preços de equilíbrio anteriormente determinados. Os investidores passam a considerar o binómio rendibilidade *versus* risco depois de impostos. Este facto conduz a que, mesmo na hipótese de expectativas homogéneas para a rendibilidade de uma carteira antes de impostos, a fronteira eficiente relevante, depois de impostos, para cada investidor seja diferente de investidor para investidor. No

<sup>19</sup> A substituição de (40) em (38) leva a que:

$$E(R_j) = r_f + \beta_j^* [E(R_M) - r_f] + \beta_j^* [E(R_M) - r_f] (1 - \tau_c) B_j / S_j.$$

entanto, em termos agregados, continua a existir uma relação geral de equilíbrio, uma vez que os mercados equilibram.

Brennan (1970) propôs a primeira extensão do modelo de equilíbrio de activos financeiros, a um período, na consideração de tributação sobre os dividendos e os ganhos de capital. Para o efeito, Brennan parte das tradicionais hipóteses à formulação de Sharpe-Lintner-Mossin:

*Hip.1* ) Os agentes procedem à escolha das suas carteiras em termos do valor esperado da rendibilidade e da variância da carteira, depois de impostos.

*Hip.2* ) Concessão e obtenção de crédito ilimitada pelos agentes à taxa de juro sem risco,  $r_f$ .

*Hip.3* ) Não existem custos de transacção e restrições sobre vendas a descoberto (*short-sale*).

*Hip.4* ) Os agentes apresentam um comportamento de *price-takers*.

*Hip.5* ) Os agentes apresentam expectativas homogéneas.

*Hip.6* ) A existência de activo sem risco que gera uma rendibilidade igual à taxa  $r_f$ .

*Hip.7* ) Todos os activos são transaccionáveis no mercado.

No intuito de generalizar os resultados obtidos por Brennan, parte-se, numa primeira fase, da versão do MEAF correspondente ao modelo a dois factores introduzido por Black (1972). O modelo a dois factores considera que a rendibilidade esperada de um título depende de um factor associado à rendibilidade do mercado,  $R_M$ , e de um factor beta definido pela rendibilidade da uma carteira com  $\beta_j=0$ , que corresponde à carteira de variância mínima não correlacionada com a rendibilidade da carteira do mercado. Definindo por  $R_Z$  a rendibilidade de uma carteira com um beta nulo, o modelo a dois factores expressa a rendibilidade esperada de um determinado título, ou carteira,  $j$ , como

$$(41) \quad E(R_j) = E(R_Z) + \beta_j[E(R_M) - E(R_Z)],$$

ou de modo equivalente,

$$(42) \quad E(R_j) = E(R_Z) + [E(R_M) - E(R_Z)] \sigma_{jM} / \sigma_M^2,$$

onde a rendibilidade esperada de uma carteira com um beta nulo,  $E(R_f)$ , desempenha igual papel que a taxa de juro sem risco na formulação de Sharpe-Lintner-Mossin. Esta expressão foi deduzida a partir da maximização de

$$\theta = [E(R_P) - r_f] / \sigma_P,$$

para a carteira de um investidor  $P$  coincidente com a carteira do mercado,  $M$ , e em que a taxa de juro sem risco,  $r_f$ , correspondia à intersecção da recta tangente ao ponto  $M$ , na hipótese de não concessão e obtenção de crédito pelos agentes. No modelo a dois factores,  $E(R_f)$  passa a definir a rendibilidade de uma carteira não correlacionada com a carteira do mercado,  $M$ . Esta mesma análise podera ser repetida para qualquer carteira  $P$ , diferente de  $M$ , obtendo-se para os activos pertencentes à carteira  $P$ , a seguinte relação de equilíbrio:

$$(43) \quad E(R_f) = E(R_{0P}) + [E(R_M) - E(R_{0P})] \sigma_{fP} / \sigma_P^2,$$

em que  $E(R_{0P})$  é a rendibilidade esperada de uma carteira de variância mínima não correlacionada com a carteira  $P$ .

Importa agora proceder a algumas alterações desta expressão no intuito de incorporar o factor fiscal e de a ajustar às hipóteses estabelecidas por Brennan. A consideração da existência de impostos obriga a que os investidores encontrem o equilíbrio em termos da rendibilidade depois de impostos. O índice  $A$  será adicionado a cada variável para designar que corresponde à situação depois de impostos. Paralelamente, a carteira seleccionada por cada agente passa a ser diferente uma vez que a expectativas homogéneas, antes de impostos, correspondem expectativas heterogéneas depois de impostos. Por este facto, importa adicionar um índice  $i$  à notação o qual passa a designar o investidor  $i$ . Por último, uma vez que se considera a hipótese de concessão e obtenção de crédito ilimitada pelos agentes, então, existe um activo que não se encontra correlacionado com todas as possíveis carteiras, o activo sem risco. Deste modo, pode-se substituir  $E(R_{0P})$  por  $r_f$ . Conjugando todas estas alterações, a expressão (43) passa a ser escrita como

$$(44) \quad E(R_{f_i}^A) = R_{f_i}^A + [E(R_{P_i}^A) - R_{f_i}^A] \frac{\text{cov}(R_{f_i}^A, R_{P_i}^A)}{(\sigma_{P_i}^A)^2}.$$

Enquanto que as expectativas depois de impostos são heterogéneas, as expectativas antes de impostos são homogéneas. Pode então escrever-se a expressão (44) em termos da rendibilidade antes de impostos. Considerando como,

$\delta_j$  = taxa de dividendo da acção ou carteira  $j$

$\tau_{di}$  = taxa marginal de tributação aplicável ao agente  $i$  sobre os juros e dividendos

$\tau_{gi}$  = taxa marginal de tributação aplicável ao agente  $i$  sobre os ganhos de capital

$w_i$  = o montante da riqueza do agente  $i$  investida em títulos com risco

$W$  = a soma de toda a riqueza investida em títulos com risco

$$W = \sum_i w_i$$

então,

$$\begin{aligned} E(R_{\mu}^A) &= (E(R_j) - \delta_j)(1 - \tau_{gi}) + \delta_j(1 - \tau_{di}) \\ &= E(R_j)(1 - \tau_{gi}) + \delta_j(\tau_{di} - \tau_{gi}) \\ R_{\mu}^A &= r_f(1 - \tau_{di}). \end{aligned}$$

Na hipótese de que o dividendo a receber no próximo período é previsível, este poderá ser tratado como um fluxo certo, e

$$\begin{aligned} (44-A) \quad \text{cov}(R_{\mu}^A, R_{pi}^A) &= \text{cov}(R_j, R_{pi})(1 - \tau_{gi})^2, \\ (\sigma_{pi}^A)^2 &= \sigma_{pi}^2 (1 - \tau_{gi})^2. \end{aligned}$$

Substituindo na equação (44), obtém-se

$$[E(R_j) - r_f](1 - \tau_{gi}) - (\delta_j - r_f)(\tau_{di} - \tau_{gi}) = \left[ \frac{E(R_{pi}^A) - R_{fi}^A}{\sigma_{pi}^2} \right] \text{cov}(R_j, R_{pi}).$$

Dividindo por  $1 - \tau_{gi}$  e multiplicando por  $w_i$  e dividindo novamente por  $\lambda_i$ , definido como

$$\lambda_i = \left[ \frac{E(R_{pi}^A) - R_{fi}^A}{\sigma_{pi}^2} \right] \frac{1}{(1 - \tau_{gi})},$$

determina-se que

$$(45) \quad \frac{w_i}{\lambda_i} [E(R_j) - r_f] - (\delta_j - r_f) \left[ \frac{\tau_{di} - \tau_{gi}}{1 - \tau_{gi}} \right] \frac{w_i}{\lambda_i} = w_i \text{cov}(R_j, R_{pi}).$$



Agregando esta equação para todos os investidores e dividindo por  $\sum w_i$ , no intuito de determinar uma relação de equilíbrio, conclui-se que

$$[E(R_j) - r_f] \left[ \sum_i (w_i / \lambda_i) / \sum_i w_i \right] - (\delta_j - r_f) \left[ \sum_i \left[ (w_i (\tau_{dt} - \tau_{gt})) / (\lambda_i (1 - \tau_{gt})) \right] / \sum_i w_i \right] \\ = \left[ \sum_i \left[ w_i \text{cov}(R_j, R_{M_i}) \right] / \sum_i w_i \right].$$

A observação de que

$$\left[ \sum_i (w_i R_{M_i}) / \sum_i w_i \right] = R_M$$

permite concluir que o lado direito desta equação corresponde à  $\text{cov}(R_j, R_M)$ . Definindo as seguintes variáveis como,

$$H = \sum_i w_i / \sum_i (w_i / \lambda_i)$$

$$t = H \left[ \sum_i \left[ (w_i (\tau_{dt} - \tau_{gt})) / (\lambda_i (1 - \tau_{gt})) \right] / \sum_i w_i \right],$$

então,

$$(46) \quad [E(R_j) - r_f] - t(\delta_j - r_f) = H \text{cov}(R_j, R_M).$$

Uma vez que a expressão (46) é válida para qualquer activo ou carteira, ela também será válida para a carteira do mercado. Assim,

$$[E(R_M) - r_f] - t(\delta_M - r_f) = H \sigma_M^2,$$

ou ainda,

$$H = [(E(R_M) - r_f) - t(\delta_M - r_f)] / \sigma_M^2.$$

Substituindo o valor de  $H$  na equação e rearranjando a expressão, obtém-se a versão com impostos do modelo de equilíbrio de activos financeiros, apresentada por Brennan, em que,

$$(47) \quad E(R_j) = r_f + [(E(R_M) - r_f) - t(\delta_M - r_f)] \frac{\text{cov}(R_j, R_M)}{\sigma_M^2} + t(\delta_j - r_f),$$

ou,

$$(48) \quad E(R_j) = r_f + \beta_j[(E(R_M) - r_f) - t(\delta_M - r_f)] + t(\delta_j - r_f).$$

O factor associado à tributação,  $t$ , corresponde à soma ponderada das taxas marginais de imposto dos investidores, em que o ponderador para cada taxa de imposto de um dado investidor é definido em função da riqueza que este coloca nos títulos com risco e do seu grau de aversão ao risco, expresso pelo preço de uma unidade de risco<sup>20</sup> da carteira que ele escolhe deter. Na hipótese de os dividendos serem tributados a uma taxa superior à aplicada sobre os ganhos de capital,  $t$  assume um valor positivo e a rendibilidade esperada comporta-se como uma função crescente da taxa de dividendo. Este mesmo resultado tende a ser intuitivo uma vez que quanto maior for a parcela de rendibilidade distribuída sob a forma de dividendos maior será o montante que o investidor terá de pagar de impostos, e por esse facto, maior será a rendibilidade exigida antes de impostos. Um dos aspectos mais interessantes do resultado obtido por Brennan prende-se com o último termo da equação,  $t(\delta_j - r_f)$ . Uma vez que se não considerou a existência de qualquer restrição sobre a obtenção de crédito pelo investidor, este poderá concentrar o seu rendimento apenas nos ganhos de capital obtidos, pelo procedimento descrito por Miller e Scholes (1978), via crédito. Paralelamente, uma observação mais detalhada da equação (48) revela que o equilíbrio deixa de poder ser representado por uma recta. Tal como já foi justificado anteriormente, a rendibilidade esperada para um título, ou carteira, passa a depender, não apenas, do risco sistemático, associado a  $\beta_j$ , mas também, da taxa de dividendo. Isto significa que o equilíbrio passa a ser descrito num espaço tridimensional  $(E(R_j), \beta_j, \delta_j)$  ao invés de um espaço bidimensional, correspondente ao tradicional um plano  $(E(R_j), \beta_j)$ .

Long (1977) representou graficamente o equilíbrio obtido por Brennan e apresentou as condições necessárias para que agentes com diferentes taxas de tributação escolham exactamente a mesma carteira, as quais assentam na existência de uma relação linear exacta entre a rendibilidade esperada e a taxa de dividendo. No entanto, no caso geral, os investidores com as taxas  $(\tau_g, \tau_d)$  terão um conjunto de pontos eficientes, depois de impostos, completamente diferente do dos investidores com  $(\tau_g^*, \tau_d^*) \neq (\tau_g, \tau_d)$ .<sup>21</sup> Assim, uma carteira detida por um agente representativo de um grupo de investidores será ineficiente para todos os agentes pertencentes a um outro grupo. Deste facto decorre

<sup>20</sup> Neste caso está-se a empregar a definição de preço por unidade de risco como  $[(E(R_{P_i}^A) - R_{f_i}^A) / \sigma_{P_i}^2]$ .

<sup>21</sup> A única excepção aparente ocorre no caso em que  $(\tau_d - \tau_g) / (1 - \tau_g) = (\tau_d^* - \tau_g^*) / (1 - \tau_g^*)$ .

a importância de conhecer como diferem os conjuntos de pontos eficientes  $F(\tau_g, \tau_d)$  e  $F(\tau_g^*, \tau_d^*)$ .

O primeiro passo corresponde à representação no plano  $(E(R_j), \delta_j)$  das curvas de iso-rendibilidade esperada, depois de impostos, e de iso-variância, depois de impostos. A figura (6) ilustra as curvas de iso-rendibilidade esperada, depois de impostos, para um dado par de taxas  $(\tau_g, \tau_d)$ .

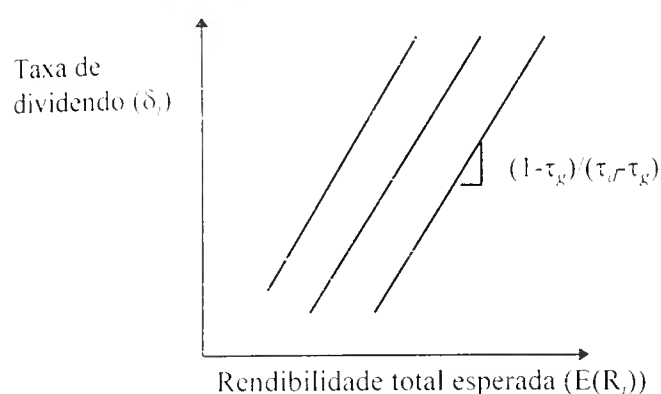


Figura (6) - Curvas de iso-rendibilidade esperada, depois de impostos, para um investidor com as taxas de imposto  $(\tau_g, \tau_d)$ . O aumento da rendibilidade esperada, depois de impostos, consegue-se pelo movimento para a direita.

Na figura (6) assume-se que  $\tau_d > \tau_g$ , o que implica um sinal positivo para o declive da curva de iso-rendibilidade esperada,  $(1-\tau_g)/(\tau_d-\tau_g)$ , e que o aumento da rendibilidade esperada, depois de impostos, passa pelo movimento para baixo e/ou para a direita no gráfico.

A figura (7) descreve as curvas de iso-variância, definidas como  $V(E(R_j), \delta_j)$ , correspondentes à menor variância possível, antes de impostos, para as carteiras com uma rendibilidade total esperada  $E(R_j)$  e com uma taxa de dividendo de  $\delta_j$ . Estas curvas de iso-variância apresentam graficamente a configuração de elipses concêntricas centradas no ponto associado à carteira de variância mínima, o que permite concluir que maiores valores de  $V(E(R_j), \delta_j)$  implicam um movimento de afastamento relativamente ao centro. Uma vez que a variância da rendibilidade, antes de impostos, para qualquer taxa de imposto é proporcional à variância antes de impostos<sup>22</sup>, estas curvas de iso-variância representam também a variância, depois de impostos, para qualquer taxa de imposto.

<sup>22</sup> Ver equação (44-A).

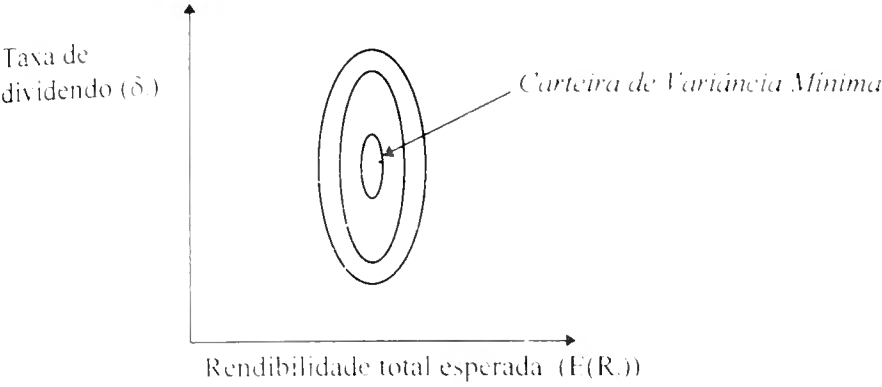


Figura (7) - Curvas de iso-variância depois de impostos. O aumento da variância consegue-se pelo movimento de afastamento em relação à carteira de variância mínima.

Na figura (8) apresenta-se o conjunto de pontos eficientes para as taxas de imposto  $(\tau_g, \tau_d)$ . Este conjunto caracteriza-se por ser um raio que parte da carteira de variância mínima na direcção do acréscimo da variância e da rendibilidade total esperada, depois de impostos. Um aumento de  $\tau_d$  e/ou uma diminuição de  $\tau_g$  gera uma rotação do raio associado a  $F(\tau_g, \tau_d)$ , no sentido do movimento dos ponteiros de um relógio, em torno da carteira de variância mínima. Isto significa que, para uma dada rendibilidade total esperada, antes de impostos, os investidores para os quais  $\tau_d > \tau_g$  centrarão as suas aplicações em títulos com menores taxas de dividendos do que os investidores com  $\tau_d \leq \tau_g$ .

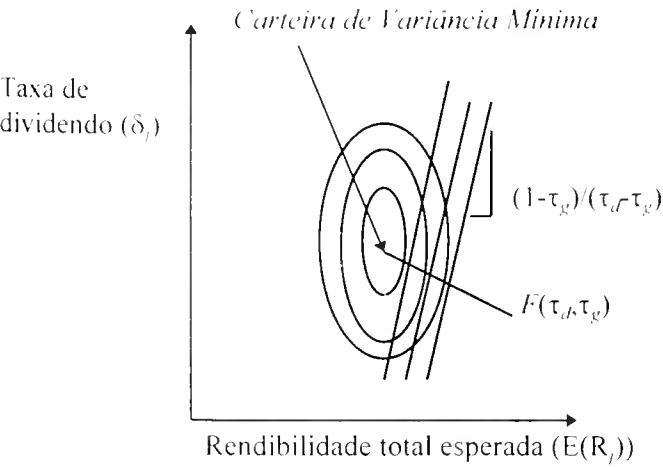


Figura (8) - O conjunto de carteiras eficientes, depois de impostos,  $F(\tau_d, \tau_g)$ . Este conjunto é construído pela sobreposição dos mapas de curvas de iso-rendibilidade esperada e iso-variância, depois de impostos, das figuras (6) e (7).

A figura (9) descreve o efeito de uma alteração das taxas marginais de tributação, correspondente à passagem de  $(\tau_g, \tau_d)$  para  $(\tau'_g, \tau'_d)$ , nas escolhas de um dado investidor.

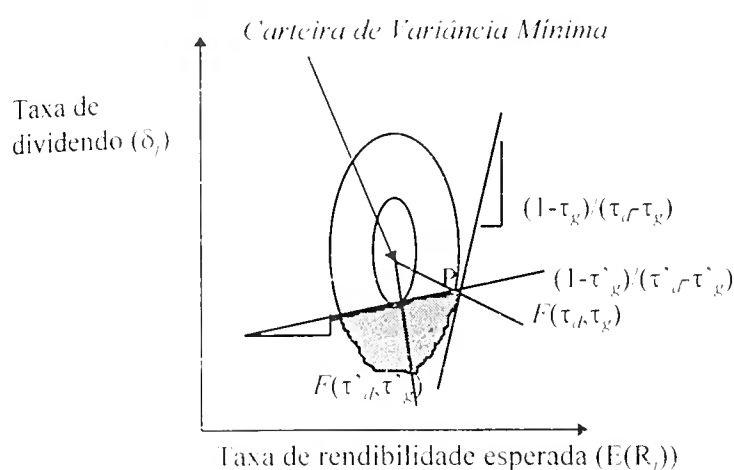


Figura (9) - Exemplo de uma carteira dominada. A carteira P caracteriza-se por ser eficiente, depois de impostos, às taxas  $(\tau_d, \tau_g)$ . No entanto, às taxas  $(\tau'_d, \tau'_g)$  ela é dominada em termos da eficiência, depois de impostos, pelas carteiras na região a sombreado.

Na situação inicial, associada à carteira P, este investidor encontra-se num ponto eficiente face às taxas de imposto que ele defronta  $(\tau_g, \tau_d)$ . No entanto, a alteração do seu regime fiscal força este investidor a refazer a sua carteira no intuito de eliminar a ineficiência incorporada nesta. Como se depreende da figura (9), a nova carteira ir-se-à localizar a sudoeste do ponto P, correspondente à região a sombreado, revelando um claro ganho de eficiência, às novas taxas, pelo movimento em direcção a uma carteira de menor variância, para os dados valores de  $E(R_j)$  e de  $\delta_j$ . Este movimento irá aumentar a rendibilidade esperada, às novas taxas de imposto, e diminuir a variância da carteira, numa análise depois de impostos. Paralelamente, este movimento implica, também, uma redução da taxa de dividendo da carteira, na sequência do acréscimo de  $\tau_d$  e/ou do decréscimo de  $\tau_g$ . Uma das consequências mais interessantes deste processo de ajustamento prende-se com a diminuição da rendibilidade esperada antes de impostos. O investidor, face à alteração do seu regime fiscal, poderá ajustar a sua carteira de modo a obter uma menor taxa de dividendo e maiores ganhos de capital, garantindo a mesma rendibilidade antes de impostos do ponto P. No entanto, esta opção não incorpora nenhum ganho de eficiência, depois de impostos, uma vez que obriga o investidor a assumir um nível superior de risco para a carteira. Assim, e apesar de os investidores poderem alterar, via mercado, a taxa de dividendo sem afectarem a rendibilidade total da

carteira, eles não conseguem estabelecer de forma independente o risco e a rendibilidade total da carteira ao deslocarem-se entre as carteiras de mínimo risco,  $V(E(R_f), \delta_f)$ . Deste modo, a menos que o investidor da figura (9) esteja disposto a aceitar mais risco em resposta às alterações das suas taxas de imposto, ele não aceitará trocar numa base de um-para-um dividendos por ganhos esperados de capital.

A análise gráfica apresentada por Long complementa o modelo de Brennan e evidencia os incentivos gerados pela existência de diferentes tributações sobre os dividendos e os ganhos de capital, que correspondem aos efeitos clientela. Para um investidor que defronte uma taxa de tributação sobre os dividendos superior à que incide sobre os ganhos de capital e que seja detentor de uma carteira eficiente antes de impostos, existem ganhos de eficiência, depois de impostos, susceptíveis de serem apropriados pela alteração para uma carteira com menores taxas de dividendo e com uma menor rendibilidade esperada, antes de impostos. Inversamente, para um investidor sujeito a uma maior taxa de tributação nos ganhos de capital do que nos dividendos, as carteiras que dominam, numa óptica depois de impostos, uma qualquer carteira eficiente, antes de impostos, apresentam uma maior taxa de dividendo e uma menor rendibilidade esperada, antes de impostos. Deste forma se deduz o princípio geral de que, a possibilidade de alterar de forma independente a taxa de dividendo e a rendibilidade esperada da carteira não implica que a eficiência depois de impostos seja encontrada pela simples maximização ou minimização da taxa de dividendo, para uma dada rendibilidade esperada antes de impostos. Esta estratégia apenas seria ótima caso o risco se mantivesse constante em todo o processo, o que não acontece.

Nesta versão de Brennan (1970) do modelo de equilíbrio de activos financeiros, uma situação em que o montante de juros pagos exceda os rendimentos obtidos pelos dividendos, origina que o investidor pague uma taxa de imposto negativa. Este resultado deriva da hipótese estabelecida de concessão e obtenção de crédito ilimitada pelos agentes. Paralelamente, Brennan considera apenas a existência de taxas de imposto constantes que variam de agente para agente.

Posteriormente, Litzenberger e Ramaswamy (1979) apresentaram uma extensão da versão de Brennan na consideração de um sistema de tributação progressivo sobre o rendimento e das seguintes restrições: (i) o montante máximo de juros susceptíveis de serem considerados em termos fiscais iguala o rendimento obtido pelos dividendos; (ii)

o estabelecimento de um limite máximo para a parcela de activos detidos pelos agentes que podem ser financiados por crédito. Estabelecem-se ainda os seguintes pressupostos adicionais: os dividendos dos títulos são pagos no final do período e o seu valor é conhecido no início do período; a inexistência de qualquer imposto sobre os ganhos de capital, na sequência de estes permanecerem longos períodos sem se efectivarem tornando-se por isso impossível, num modelo a um só período, avaliá-los. Apesar deste facto, os ganhos de capital poderiam ser igualmente incorporados na análise pela hipótese implícita na versão de Brennan de que eles são concretizados no final de cada período.

De acordo com o regime de tributação sobre o rendimento estabelecido, a taxa média de imposto do agente  $i$ ,  $\tau^i$ , é uma função não decrescente do rendimento colectável no final do período,  $Y_1^i$ .

$$(49) \quad \begin{aligned} \tau^i &= g(Y_1^i), \\ g(0) &= 0 \quad g'(Y_1^i) = 0 \text{ para } Y_1^i \leq 0, \\ & \quad g'(Y_1^i) > 0 \text{ para } Y_1^i > 0. \end{aligned}$$

A taxa marginal de imposto do agente  $i$ ,  $T^i$ , corresponde à primeira derivada do montante de impostos pagos relativamente ao rendimento colectável, ou seja, à soma da taxa média de tributação com a parcela associada ao produto entre o rendimento colectável e a derivada da taxa média de tributação.

$$(50) \quad T^i \equiv d(\tau^i Y_1^i)/dY_1^i = \tau^i + Y_1^i g'(Y_1^i).$$

No sentido de compreender os resultados obtidos por Litzenberger e Ramaswamy importa proceder ao estabelecimento de algumas variáveis. O rendimento de um dado agente, no final do período, gerado pela sua riqueza inicial, é dado por

$$(51) \quad Y_1^i = W^i (\sum_j X_j^i \delta_j + X_f^i r_f),$$

em que  $X_j^i$  e  $X_f^i$  correspondem às fracções da riqueza inicial do agente  $i$ ,  $W^i$ , investidas, respectivamente, num título  $j$  com risco (um valor negativo representa uma venda a descoberto), com  $j = 1, \dots, N$ , e num título sem risco  $f$  (um valor negativo corresponde a um recurso ao crédito). A rendibilidade esperada depois de impostos da carteira deste agente será então,

$$(52) \quad \mu_i = \sum_j X_j^i E(R_j) + X_f^i r_f - \tau^i (\sum_j X_j^i \delta_j + X_f^i r_f),$$

de onde se conclui que, na sequência das hipóteses anteriormente estabelecidas, a variância da rendibilidade, depois de impostos, é

$$(53) \quad \begin{aligned} \sigma_i^2 &= \sum_j \sum_k X_k^i X_j^i \text{cov}(R_j - \delta_j \tau^i, R_k - \delta_k \tau^i) \\ &= \sum_j \sum_k X_k^i X_j^i \text{cov}(R_j, R_k). \end{aligned}$$

Por último, importa formular as restrições estabelecidas adicionalmente por Litzenberger e Ramaswamy, em relação à obtenção de crédito pelo agente. A fixação de o montante de juros susceptíveis de serem considerados em termos fiscais, no limite, igualar o rendimento obtido pelos dividendos, corresponde a

$$(54) \quad \sum_j X_j^i \delta_j + X_f^i r_f \geq 0,$$

e o estabelecimento de um valor máximo para a parcela de activos com risco financiados por crédito, detidos pelo agente, a

$$(55) \quad (1-\alpha) \sum_j X_j^i + X_f^i \geq 0,$$

onde  $\alpha$ ,  $0 < \alpha < 1$ , define a margem aceite de endividamento ao agente no financiamento de activos com risco.

As preferências de cada agente são descritas por uma função de utilidade do tipo Von Neumann-Morgenstern e a taxa de rendibilidade de um título apresenta uma distribuição normal multivariada. A consideração, em simultâneo, destas duas primeiras hipóteses leva a que as preferências de cada agente sejam descritas pela média e variância da riqueza no final do período, depois de impostos. Sobre estas condições os agentes preferem uma maior rendibilidade e apresentam um comportamento de aversão face à sua variância. A taxa marginal de substituição do agente entre média e variância, depois de impostos, da riqueza no final do período, no óptimo, corresponde ao rácio entre o nível de risco que ele está disposto a aceitar para a sua riqueza no início do período. Ou seja, se  $u_i(W_1^i)$  é a função utilidade para o agente  $i$  em termos da riqueza no final do período, depois de impostos,  $f^i(\mu_i, \sigma_i^2)$  é a sua função objectivo em termos da



média e da variância da rendibilidade da carteira, depois de impostos, e  $W^i$  a sua riqueza inicial, então,

$$(56) \quad f_1^i / (-2 f_2^i) = \theta^i / W^i,$$

com  $f_1^i = \partial f^i(\mu_i, \sigma_i^2) / \partial \mu_i$  e  $f_2^i = \partial f^i(\mu_i, \sigma_i^2) / \partial \sigma_i^2$ , e onde  $\theta^i = -E(u')/E(u'')$  corresponde ao grau de aversão absoluto ao risco no óptimo [ Critério de Arrow-Pratt].

O problema do agente poder-se-à resumir à maximização da sua função de utilidade,  $f^i(\mu_i, \sigma_i)$ , sujeita às seguintes restrições:

$$(57) \quad (R.1) \sum_j X_j^i + X_f^i = 1;$$

$$(R.2) \sum_j X_j^i \delta_j + X_f^i r_f \geq 0;$$

$$(R.3) (1-\alpha) \sum_j X_j^i + X_f^i \geq 0.$$

A determinação da carteira óptima de cada agente passa por um processo de optimização condicionada com a inclusão de variáveis *slack* de forma a corrigir as restrições (R.2) e (R.3). Posteriormente, à semelhança do procedimento estabelecido por Brennan, procede-se à agregação das carteiras óptimas dos vários agentes, uma vez que existe uma só rendibilidade de equilíbrio para o mercado, o que permite a obtenção da expressão

$$(58) \quad E(R_j) - r_f = a + b\beta_j + t(\delta_j - r_f),$$

em que

$$\beta_j \equiv \text{cov}(R_j R_M) / \sigma_M^2$$

$$a \equiv \alpha \sum_i (\theta^i / \theta^M) (\lambda_3^i / f_1^i) = [E(R_Z) - r_f]$$

$$b \equiv \text{var}(R_M) = [E(R_M) - E(R_Z) - t(\delta_M - \delta_Z)]$$

$$t \equiv \sum_i (\theta^i / \theta^M) [T^i - (\lambda_2^i / f_1^i)]$$

$$\theta^M \equiv \sum_i \theta^i.$$

O termo associado a “ $a$ ” =  $[E(R_Z) - r_f]$  corresponde ao excesso de rendibilidade numa carteira com um beta nulo cuja a taxa de dividendo é igual à taxa de juro sem risco. A interpretação do coeficiente  $t$  como uma taxa de imposto possibilita que o termo

$\bar{h} = [E(R_M) - E(R_f) - t(\delta_M - \delta_f)]$  seja considerado como a taxa de rendibilidade de uma carteira coberta, depois de impostos, constituída por uma posição longa na carteira do mercado e por uma posição curta numa carteira com um beta nulo, cuja a taxa de dividendo iguala a taxa de juro sem risco. O termo  $t$  corresponde à média ponderada das taxas marginais de imposto dos agentes,  $\sum_i (\theta^i / \theta^M) T^i$ , em que os ponderadores,  $(\theta^i / \theta^M)$ , são proporcionais ao grau absoluto de aversão ao risco de cada agente, subtraída da média ponderada dos rácios dos vários agentes entre o preço sombra da restrição (R.2),  $\lambda_2^i$ , definido por um dos multiplicadores de Lagrange, e a utilidade marginal da rendibilidade esperada da carteira,  $f_1^i$ . Para os casos em que a restrição (R.2) não se encontra activa,  $t$  é simplesmente a média ponderada das taxas marginais de tributação dos vários agentes. Definindo com o índice B o subconjunto de agentes para quem a restrição (R.2) se encontra activa e com o índice N o subconjunto de agentes para quem a restrição se encontra desactivada, então, se  $i \in B$ ,  $\lambda_2^i > 0$ ,  $Y_1^i = 0$  e  $T^i = \tau^i = 0$  e se  $i \in N$ ,  $\lambda_2^i = 0$ ,  $Y_1^i \geq 0$  e  $T^i \geq \tau^i \geq 0$ . Assim,

$$(59) \quad t = \sum_{i \in N} (\theta^i / \theta^M) T^i - \sum_{i \in B} (\theta^i / \theta^M) (\lambda_2^i / f_1^i).$$

Os agentes que pertencem ao subconjunto N poderão ser encarados como a clientela que prefere ganhos de capital a dividendos. Os agentes que se encontram no subconjunto B correspondem à clientela que prefere dividendos. Até ao momento a política de dividendos das empresas foi considerada como exógena ao modelo. Considere-se agora que possíveis ajustamentos do lado da oferta podem ser feitos de modo a maximizar o valor da empresa. Se  $c > 0$  ( $c < 0$ ), as empresas poderão aumentar o seu valor de mercado pelo decréscimo (acrécimo) na emissão de dividendos e pelo acréscimo (decrécimo) na recompra dos seus títulos. O equilíbrio será determinado no ponto em que,

$$(60) \quad \sum_{i \in N} (\theta^i / \theta^M) T^i = \sum_{i \in B} (\theta^i / \theta^M) (\lambda_2^i / f_1^i).$$

Nesta situação, a política de dividendos não afecta o valor de mercado da empresa e a taxa de dividendo não tem qualquer efeito na rendibilidade, antes de impostos, de um título, à semelhança do que foi argumentado por Miller e Scholes (1978). Admitindo

esta hipótese,  $t$  assume um valor nulo e a relação de equilíbrio reduz-se à versão apresentada Black (1972) do MEAF correspondente ao modelo a dois factores:

$$(61) \quad E(R_j) = (\alpha + r_f)(1 - \beta_j) + E(R_M)\beta_j.$$

No caso em que também não existam restrições associadas ao estabelecimento de uma margem máxima ao endividamento dos agentes para o financiamento dos activos com risco,  $\alpha=0$ , então a anterior relação assume a tradicional forma da versão de Sharpe-Lintner-Mossin.

$$(62) \quad E(R_j) = r_f + \beta_j[E(R_M) - r_f].$$

Voltando à consideração da solução geral, no caso em que a restrição (R.2) não se encontra activa, facto que acontece para os agentes que preferem ganhos de capital a dividendos,  $t' = \sum (0' / \theta^M) T' \equiv T^M$ , ou seja, a taxa marginal de imposto do mercado para o intervalo de tributação. Mais uma vez a expressão volta a corresponder à versão depois de impostos do modelo a dois-factores de Black (1972):

$$(63) \quad E(R_j) - T^M \delta_j = [\alpha + r_f(1 - T^M)](1 - \beta_j) + [E(R_M) - T^M \delta_M] \beta_j.$$

No caso em que  $\alpha=0$ , a expressão assume-se como a versão tradicional, com impostos, de Sharpe-Lintner-Mossin.

$$(64) \quad E(R_j) - T^M \delta_j = [r_f(1 - T^M)] + [E(R_M) - T^M \delta_M - r_f(1 - T^M)] \beta_j.$$

No entanto, em nenhum destes casos  $T^M$  é uma média ponderada das taxas médias de tributação dos agentes. Esta situação ocorre apenas quando os impostos são proporcionais ao rendimento tal que  $T' = t'$ , tornando-se a expressão (48) idêntica à do equilíbrio apresentado por Brennan (1970), a qual assume uma taxa constante de imposto que pode variar entre os investidores.

## **2.5 Evidência Empírica**

O primeiro trabalho empírico relevante de identificação dos investidores marginais associados a cada clientela foi apresentado por Elton e Gruber (1970). Este estudo parte da análise do comportamento do preço de uma acção, antes e depois da distribuição de dividendos, de forma a identificar as taxas de tributação dos accionistas.

Assim, se um accionista alienar os títulos que possui antes da distribuição do respectivo dividendo, ele perde o direito a este esperando em contrapartida um ganho de capital. Caso ele venda a acção no dia posterior ao pagamento do dividendo, o preço de venda desta devera ser menor, reflectindo o montante pago de dividendo. Num mercado eficiente, a queda do preço da acção, no dia posterior ao pagamento do dividendo, devera reflectir na mesma proporção, o montante obtido de ganho de capital. Uma vez que os dividendos e os ganhos de capital são tributados a taxas diferentes, a taxa relativa de imposto entre estes dois fluxos alternativos de rendimento afecta a decisão do accionista. Partindo do princípio que um accionista pretende maximizar a sua riqueza, depois de impostos, pode deduzir-se uma expressão que relacione o comportamento dos preços de uma acção, antes e depois do pagamento de dividendo, com as taxas marginais de imposto dos accionistas. Definindo:

$P_B$  = Preço da acção no dia antes do pagamento do dividendo;

$P_A$  = Preço da acção no dia do pagamento do dividendo;

$P_C$  = Preço a que a acção foi adquirida;

$\tau_p$  = Taxa de tributação marginal sobre o rendimento;

$\tau_g$  = Taxa de tributação sobre os ganhos de capital;

$D$  = Montante de dividendo.

Na hipótese de o investidor decidir vender o título antes do pagamento do dividendo, a sua riqueza por acção será igual ao preço que ele recebe pela venda,  $P_B$ , menos a parcela associada ao imposto sobre os ganhos de capital,  $\tau_g(P_B - P_C)$ . Na eventualidade de o investidor apenas se decidir pela alienação do título após o pagamento do dividendo, ele receberá o montante do dividendo líquido de imposto sobre o rendimento,  $D(1 - \tau_p)$ , mais o ganho obtido na venda do título, depois de impostos,  $P_A - \tau_g(P_A - P_C)$ . Uma situação de indiferença entre o momento da venda do título para o investidor requer que:

$$(65) \quad P_B - \tau_g(P_B - P_C) = P_A - \tau_g(P_A - P_C) + D(1 - \tau_p).$$

Rearranjando a expressão, obtém-se

$$(66) \quad \frac{P_B - P_C}{D} = \frac{1 - \tau_p}{1 - \tau_g}.$$

A estatística  $(P_B - P_A)/D$  representa a relação entre a mais-valia e dividendo que tornaria um investidor sujeito às taxas  $\tau_g$  e  $\tau_p$  indiferente ao momento da compra ou da alienação do título. O equilíbrio do mercado passa pelo ajustamento do preço do título de modo a eliminar qualquer ganho de arbitragem resultante da compra ou venda deste, numa data anterior ou posterior ao pagamento do dividendo. Paralelamente, esta estatística deverá ainda reflectir as taxas marginais de tributação dos investidores marginais podendo-se inferir sobre estas pela observação de  $(P_B - P_A)/D$ .

Para testarem esta hipótese, Elton e Gruber partiram da análise do comportamento de todas as acções, admitidas à cotação na Bolsa de Valores de Nova York, que pagaram dividendos no período entre 1 de Abril de 1966 e 31 de Março de 1967, e que tenham sido transaccionadas nos dois dias associados às datas antes e depois do pagamento do dividendo. As variáveis  $P_B$  e  $P_A$  foram definidas como as cotações de fecho nos dias, respectivamente, antes e depois do pagamento do respectivo dividendo. Relativamente a  $P_A$  houve necessidade de considerar o valor de fecho uma vez que os preços de abertura se encontravam enviesados pelo montante do dividendo, facto que levava a uma distorção na análise.

Paralelamente, e no intuito de testar a presença dos efeitos clientela, duas outras variáveis foram estabelecidas uma vez que, em princípio, afectam as decisões de investimento de um potencial investidor numa empresa. A primeira dessas variáveis é a taxa de dividendo. Quanto menor for a taxa de dividendo, menor será a percentagem que o investidor espera receber sob a forma de dividendos e maior será a percentagem que ele receber sob a forma de ganhos de capital. Assim, espera-se que os investidores detentores de títulos com altas taxas de dividendo se situem em intervalos de menor tributação face aos investidores detentores de títulos com baixas taxas de dividendo. A segunda variável corresponde ao *payout ratio*, ou seja, o rácio entre os dividendos distribuídos,  $D$ , e os resultados de uma empresa,  $E$ , depois de encargos financeiros e impostos. As empresas que distribuem uma elevada percentagem dos seus ganhos sobre a forma de dividendos, na hipótese *coeteris paribus*, apresentam, em termos do seu preço de mercado e resultados gerados, uma menor taxa de crescimento em relação a empresas com maiores percentagens de retenção de resultados. Neste sentido, espera-se que empresas com elevados *payout ratios* atraiam investidores com menores tributações pessoais que as empresas com baixos *payout ratios*.

Os quadros (5) e (6) sintetizam os resultados obtidos por Elton e Gruber de acordo com as variáveis definidas como relevantes para a análise do efeito associado ao pagamento do dividendo no comportamento do preço do título. Em cada quadro, as observações foram divididas em subconjuntos de acordo com os valores assumidos pela taxa de dividendo (D/P) ou pelo *payout ratio* (D/E), apresentando-se para cada um destes a sua média e o valor da estatística anteriormente descrita. No entanto, apenas se poderão retirar conclusões da presença de efeitos clientela perante uma forte correlação de (D/P) e de (D/E) com  $(P_B - P_A)/D$ . Para o efeito, estimou-se o coeficiente de correlação característica de Spearman de modo a avaliar as inter-relações entre estas variáveis<sup>23</sup>. Por último, procedeu-se ao cálculo das respectivas taxas marginais de tributação implícitas em cada valor de  $(P_B - P_A)/D$  e da probabilidade de que o preço do título, depois do pagamento do dividendo, descesse num valor menor ao do montante do dividendo<sup>24</sup>.

Quadro (5) - A evolução dos intervalos de tributação determinada por Elton e Gruber (1970) de acordo com os subconjuntos de (D/P).

Subconjunto	(D/P) Média	$(P_B - P_A)/D^{(a)} = (1 - \tau_p)/(1 - \tau_g)$				Intervalo de Tributação
		Média= $\mu$	Desvio Padrão( $\sigma$ )	Variável $Z^* = (1 - \mu)/\sigma$	$P(Z > Z^*)$	
1	0.0124	0.6690	0.8054	0.411	0.341	0.4974
2	0.0216	0.4873	0.2080	2.465	0.007	0.6145
3	0.0276	0.5447	0.1550	2.937	0.002	0.5915
4	0.0328	0.6246	0.1216	3.087	0.001	0.5315
5	0.0376	0.7953	0.1064	1.924	0.027	0.3398
6	0.0416	0.8679	0.0712	1.855	0.031	0.2334
7	0.0452	0.9209	0.0761	1.210	0.113	0.1465
8	0.0496	0.9054	0.0691	1.369	0.085	0.1747
9	0.0552	1.0123	0.0538	0.229	0.591	(b)
10	0.0708	1.1755	0.0555	3.162	0.999	(b)

Amostragem total = 4148 observações.

(a) Coeficiente de correlação característica de Spearman entre (D/P) e  $(P_B - P_A)/D$  é de 0.9152 o qual se revelou significativo a um nível de 1%.

(b) Indeterminado.

<sup>23</sup> O coeficiente de correlação característica de Spearman permite avaliar a interdependência entre duas variáveis, sendo definido como:

$$r_s = 1 - [(6 \cdot \sum_i d_i^2) / (n(n-1))] \text{ com } i = 1, \dots, n,$$

e onde  $d_i$  é a diferença, neste caso, entre (D/P) e de (D/E) com  $(P_B - P_A)/D$ . Depedendo da dimensão da amostra pode-se aproximar a distribuição de  $r_s$  à distribuição normal. Nesse caso, e sob a hipótese nula de ausência de correlação, a média e a variância de  $r_s$  definem como,

$$E(r_s) = 0 \text{ e } \text{var}(r_s) = 1/(n-1).$$

<sup>24</sup> Os valores obtidos foram estimados pelo recurso ao teorema do limite central.

A correlação entre a estatística formulada por Elton e Gruber e a taxa de dividendo revelou-se positiva e estatisticamente significativa ao nível de 1%. Os valores obtidos, apresentados no quadro (5), permitem concluir que, com excepção da primeira e oitava linha, à medida que o valor da estatística do teste vai crescendo a taxa de dividendo acompanha-a neste movimento. A relação entre as taxas marginais de tributação e a taxa de dividendo é descrita pela comparação entre a terceira e última coluna do quadro (5). De um modo geral, assiste-se ao decréscimo da taxa marginal de tributação em simultâneo com o acréscimo da taxa de dividendo. As taxas de tributação implícitas nas duas últimas linhas do quadro (5) não foram possíveis de determinar uma vez que nestes subconjuntos o mercado revelou uma preferência por dividendos superior aos ganhos de capital. A explicação para este resultado assenta na existência de muitas instituições que, por usufruírem de um regime de isenção, se colocam numa posição de indiferença entre os rendimentos obtidos via dividendos ou ganhos de capital. No entanto, uma vez que os ganhos de capital incorporam um nível de risco superior, elas tendem a preferir os dividendos.

Quadro (6) - A evolução dos intervalos de tributação determinada por Elton e Gruber (1970) de acordo com os subconjuntos de (D/E).

Subconjunto	(D/E) Média	$(P_B - P_A)/D^{(a)} = (1-\tau_p)/(1-\tau_d)$				Intervalo de Tributação
		Média= $\mu$	Desvio Padrão( $\sigma$ )	Variável $Z^*=(1-\mu)/\sigma$	$P(Z>Z^*)$	
1	0.204	0.677	0.801	0.403	0.3446	0.4883
2	0.316	0.674	0.197	1.655	0.0485	0.4945
3	0.371	0.756	0.134	1.818	0.0344	0.3889
4	0.409	0.730	0.124	2.179	0.0146	0.4254
5	0.447	0.741	0.104	2.486	0.0064	0.4108
6	0.486	0.680	0.108	2.959	0.0015	0.4848
7	0.533	1.024	0.125	0.191	0.5754	(b)
8	0.594	0.896	0.092	1.133	0.1292	0.1889
9	0.674	0.925	0.080	0.933	0.1762	0.0806
10	1.040	0.899	0.086	1.173	0.1210	0.2245

Amostragem total = 4148 observações.

(a) Coeficiente de correlação característica de Spearman entre (D/E) e  $(P_B - P_A)/D$  é de 0.7939 o qual se revelou significativo a um nível de 1%.

(b) Indeterminado

O quadro (6) contém exactamente a mesma informação do quadro (5), estabelecendo-se agora a análise na comparação entre o *payout ratio* e a taxa marginal de tributação. Tal como esperado, a relação entre estas duas variáveis apresenta-se negativa, facto que reforça as conclusões obtidas anteriormente. Neste sentido, Elton e Gruber concluem pela validade do argumento apresentado por Modigliani-Miller

associado à existência de uma clientela para os títulos de cada empresa, em função das diferentes taxas marginais de tributação dos investidores, determinada pela sua política de dividendos.

Black e Scholes (1974) apresentaram o primeiro trabalho de estimação em torno do modelo de equilíbrio de activos financeiros (MEAF) com a inclusão do termo associado ao factor fiscal. Para o efeito, utilizaram como modelo-base a versão apresentada por Brennan (1970), já anteriormente apresentada, correspondente à equação (44) em que

$$E(R_j) = r_f + \beta_j[(E(R_M) - r_f) - t(\delta_M - r_f)] + t(\delta_j - r_f).$$

Os resultados obtidos revelaram-se inconsistentes com a teoria, uma vez que se manifestaram inconclusivos sobre a significância do termo associado a  $t$ . Posteriormente, Rosenberg e Marathe (1978) justificaram a pouca potência dos resultados obtidos por Black e Scholes em consequência da perda de eficiência gerada pelo incorrecto tratamento dos dados e pela ineficiência no processo de estimação utilizado, correspondente a OLS. A utilização de variáveis instrumentais, para eliminação dos problemas dos erros nas variáveis, e uma mais completa especificação da matriz da variância-covariância dos erros possibilitou que Rosenberg e Marathe encontrassem o termo  $t$  como estatisticamente significativo. No entanto, ambos os estudos usaram a taxa média de dividendo do conjunto dos doze meses precedentes como variável *proxy* para a taxa de dividendo esperada. Uma vez que a generalidade dos dividendos, nos Estados Unidos, são pagos trimestralmente, a variável *proxy* utilizada por Black e Scholes e por Rosenberg e Marathe subestima a taxa de dividendo esperada nos meses do pagamento do dividendo e sobrestima-a nos restantes meses, reduzindo a eficiência do coeficiente estimado associado a  $t$ .

No sentido de corrigir os anteriores trabalhos empíricos baseados no modelo de equilíbrio de activos financeiros (MEAF) com impostos, Litzenberger e Ramaswamy (1979) formularam a versão do modelo de Brennan, já anteriormente apresentada, determinando a relação de equilíbrio

$$(67) \quad E(R_j) - r_f = a + b\beta_j + c(\delta_j - r_f),$$



a testar econometricamente. Para esse efeito, utilizaram a variância observada dos betas na determinação dos estimadores de máxima verosimilhança dos coeficientes, obtendo, deste modo, estimadores consistentes sem perda de eficiência. Paralelamente, para os meses de pagamento de dividendo,  $T$ , a taxa de dividendo esperada foi determinada como

$$\delta_{jT} = D_{jT} / P_{jT-1},$$

nos casos em que o título  $j$  pagava dividendo no montante de  $D_{jT}$ , o qual tinha sido anunciado num período antes de  $T$ , e onde  $P_{jT-1}$  representa a cotação de fecho no mês  $T-1$ . Nos casos em que se desconhecia previamente o montante de  $D_{jT}$ , Litzenberger e Ramaswamy utilizaram a média dos dividendos anteriormente distribuídos, com um desfasamento máximo de 1 ano, ajustada pelo número de acções emitidas. Para os restantes meses, em que o título não pagava qualquer dividendo,  $\delta_{jT}$  assumiu o valor de 0. A amostra foi constituída por 501 observações compreendidas no período entre Janeiro de 1936 e Dezembro de 1977, tendo-se considerado para  $r_{jT}$ ,  $R_{jT}$ , e para  $R_{MT}$ , respectivamente, a taxa dos *Treasury Bills* a 1 mês e as médias mensais de rendibilidade do título  $j$  e da Bolsa de Valores de Nova York, divulgadas pelo Center for Research in Security Prices (CRSP) da Universidade de Chicago. As estimativas para o beta de cada título,  $\beta_{jT}$ , e do seu desvio-padrão, foram obtidas pelas regressões do excedente de rendibilidade do título  $j$  face ao excedente de rendibilidade do mercado, para os 60 meses precedentes a  $T$ .

$$(68) \quad R_{jk} - r_{jk} = \alpha_{jT} + \beta_{jT}[R_{Mk} - r_{jk}] + e_{jk}, \text{ com } k = T-60, \dots, T-1.$$

Este procedimento foi repetido para todos os títulos desde  $T=1$  (Janeiro de 1936) até  $T=504$  (Dezembro de 1977). Após o tratamento da informação disponível, Litzenberger e Ramaswamy procederam à estimação por máxima verosimilhança do modelo por eles apresentado, que em termos econométricos equivale a

$$(69) \quad R_{jT} - r_{jT} = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{jT} + \gamma_2 (\delta_{jT} - r_{jT}) + \varepsilon_{jT}, \text{ com } j=1, \dots, N_T, T=1, \dots, 504.$$

Os resultados obtidos determinaram que

$$(70) \quad R_{jT} - r_{jT} = 0.00363 + 0.00421 \beta_{jT} + 0.236 (\delta_{jT} - r_{jT}).$$

(2.63)            (1.86)            (8.62)  
*Estatísticas t dentro dos parêntesis*

O aspecto mais importante a realçar prende-se com o facto de o termo associado à taxa de dividendo se ter revelado positivo e estatisticamente significativo.

Os resultados empíricos obtidos Elton e Gruber (1970) sugerem que o coeficiente associado à rendibilidade excedentária da taxa de dividendo seja uma função decrescente com a própria taxa de dividendo. A racionalidade teórica para este efeito é de que investidores com baixas (altas) tributações pessoais investem em títulos com altas (baixas) taxas de dividendo. No intuito de comprovar a existência dos efeitos clientela, Litzenberger e Ramaswamy estabeleceram a hipótese que o coeficiente  $c_j$  em (67) é uma função linear decrescente com a taxa de dividendo do título  $j$ . Então,  $c_j$  passa a definir-se como

$$(71) \quad c_j = m - h\delta_j,$$

onde  $m, h > 0$ , passando a equação (67) a ser descrita por

$$(72) \quad E(R_j) - r_f = a + b\beta_j + (m - h\delta_j)(\delta_j - r_f),$$

a que corresponde o modelo econométrico

$$(73) \quad R_{jT} - r_{fT} = \gamma_0 + \gamma_1\beta_{jT} + \gamma_2(\delta_{jT} - r_{fT}) + \gamma_3\delta_{jT}(\delta_{jT} - r_{fT}) + \varepsilon_{jT}, \text{ com } j=1, \dots, N_T, \\ T=1, \dots, 504.$$

Os coeficientes  $\gamma_2$  e  $\gamma_3$  definem, respectivamente,  $m$  e  $-h$ . As estimativas obtidas por máxima verosimilhança foram as seguintes:

$$(74) \quad R_{jT} - r_{fT} = 0.00365 + 0.00425\beta_{jT} + 0.336(\delta_{jT} - r_{fT}) - 6.92\delta_{jT}(\delta_{jT} - r_{fT}).$$

(2.65)            (1.88)            (6.60)            (-1.70)

*Estatísticas t dentro dos parêntesis*

Os valores estimados para  $\gamma_2$  e  $\gamma_3$  mostram-se concordantes com a teoria associada aos efeitos clientela e estatisticamente significativos a um nível 0.05. A magnitude de  $\gamma_3$  sugere por cada ponto percentual na taxa de dividendo a taxa marginal de imposto decresce em 0.0692. Por exemplo, se a taxa anual de dividendo fosse 4%, a taxa marginal de imposto implícita seria aproximadamente de  $0.336 - 6.92(0.04/4) = 0.268$ , assumindo pagamento trimestrais.

### *Capítulo 3 - Apresentação do modelo de determinação dos efeitos clientela na escolha dos títulos do Tesouro*

### **3.1 Introdução**

Um primeiro aspecto a justificar, antes da apresentação do modelo a estimar, relaciona-se com a escolha do mercado de dívida pública para a determinação dos efeitos clientela. Tal como foi fundamentado no segundo capítulo, toda a teorização e validação empírica sobre o efeito fiscal nas escolhas dos agentes centrou-se, numa primeira fase, em torno das políticas de dividendos das empresas admitidas à cotação bolsista. No entanto, a realização de tal estudo para o caso português encontraria sérias limitações, susceptíveis de enviesar a análise, associadas a algumas especificidades dos mercados internacionais de acções e do próprio mercado português. A procura acentuada de diversificação das aplicações para redução do risco não sistemático, a diminuta percentagem de empresas cotadas em bolsa que distribuem dividendos e a inexistência de uma classificação em termos do *default-risk* para cada empresa cotada, são factores que condicionam ou eliminam os incentivos gerados pelo efeito fiscal nas escolhas dos agentes em Portugal. No entanto, também no mercado português de dívida pública surgem algumas dificuldades resultantes da pouca liquidez, profundidade e de alguma ineficiência na formação dos preços apresentada por este. Mas em contrapartida, minimizam-se os problemas associados à diversificação de carteiras, que neste tipo de mercado tendem a ser menores, e à existência de diferentes títulos com diferentes graus de *default-risk*.

O objectivo do modelo é a construção de uma carteira de custo mínimo, para um investidor num dado intervalo de tributação, de forma a determinar quais os títulos dominantes e os dominados. Uma carteira será dominante desde que, para todos os títulos que a constituem, os *cash-flows* gerados, líquidos de impostos, sejam pelo menos superiores, em cada período, ao de um título dominado e que possuam um menor preço de mercado relativamente a este. Para um dado intervalo de tributação, a existência de obrigações dominadas demonstra um efeito clientela.

Nas restrições impostas no modelo, rejeita-se a possibilidade de vendas a descoberto no intuito de eliminar as oportunidades de arbitragem fiscal, garantindo-se deste modo a obtenção de soluções legalmente possíveis. No entanto, importa realçar que o abandono deste restrição nunca poderá levar a que um título, anteriormente dominado, se torne dominante.

3.2 O equilíbrio na presença de impostos

Tradicionalmente, a condição de não arbitragem na avaliação de uma obrigação requer a validação da seguinte equação, separadamente, para cada intervalo de tributação:

(75) 
$$P = \frac{C}{(1 + R_1)} + \frac{C}{(1 + R_2)^2} + \dots + \frac{C + F}{(1 + R_n)^n},$$

em que P representa o preço de uma obrigação com um valor facial de F e n períodos para a maturidade, que paga um cupão C por período. A estrutura temporal é dada pelo conjunto de taxas  $R_1, R_2, \dots, R_n$  (taxas *spot*) aplicável sobre os pagamentos decorridos nas datas 1,2,..., n. No entanto, a forma de tributação estabelecida sobre os *cash-flows* recebidos por investidores, em diferentes intervalos de tributação, leva à impossibilidade da validação desta condição de não arbitragem separadamente. Neste sentido, considere-se o exemplo de um mercado constituído por duas obrigações, a um só 1 período da maturidade, e por dois investidores. A obrigação 1 apresenta um cupão de 4% e a obrigação 2 um cupão de 10%. Ambas as obrigações pagam o cupão e o seu valor facial na data da maturidade. Um dos investidores considera-se isento de tributação e o outro sujeito a uma taxa de tributação de 50%, sobre o rendimento do cupão. Não se considera a existência de qualquer imposto sobre os ganhos de capital. Os *cash-flows* gerados neste exemplo, depois de impostos, são apresentados no quadro (7):

Quadro (7) - "Cash-flows", depois de impostos, para investidores com diferentes taxas de tributação pessoal

Obrigação	Preço	Cupão(%)	Cash-Flow	
			Investidor( $\tau_p=0$ )	Investidor( $\tau_p=50\%$ )
1	$P_1$	4%	104	102
2	$P_2$	10%	110	105

\* Não se considera a tributação sobre ganhos de capital.

A validação da condição de não arbitragem para o investidor isento de tributação obriga a que se encontre uma taxa à vista a um período,  $R_1$ , tal que,

$$P_1 = \frac{104}{(1 + R_1)} \text{ e } P_2 = \frac{110}{(1 + R_2)}.$$

Do mesmo modo, para o investidor sujeito à taxa de tributação de 50%, a validação da condição de não arbitragem implica a existência de uma taxa à vista diferente,  $R_1$ , que satisfaça

$$P_1 = \frac{102}{(1 + R_1)} \text{ e } P_2 = \frac{105}{(1 + R_2)}.$$

Claramente se conclui que estes dois pares de equações são inconsistentes. Por outras palavras, quaisquer que sejam os preços  $P_1$  e  $P_2$ , a equação (75) não se consegue validar simultaneamente para ambos investidores. Para qualquer par de preços, pelo menos um dos investidores retirará uma maior rendibilidade de uma das obrigações que da outra. Na possibilidade de vendas a descoberto, este mesmo facto induzia a comportamentos de pura arbitragem na constituição das carteiras dos investidores. No intuito de eliminar esta situação, excluem-se comportamentos associados a vendas a descoberto. Na sequência desta restrição, então, pelo menos um dos investidores apresentará uma carteira constituída por uma quantidade positiva de uma obrigação e nenhuma da outra. Uma das implicações desta restrição corresponde à alteração da relação descrita na equação (75) para

$$(76) \quad P \geq \frac{C}{(1 + R_1)} + \frac{C}{(1 + R_2)^2} + \dots + \frac{C + F}{(1 + R_n)^n},$$

em que todos os *cash-flows* são considerados depois de impostos, à taxa  $\tau$ , e em que a estrutura temporal difere em função dos vários intervalos de tributação.

### **3.3 O modelo**

Na hipótese de não se admitir vendas a descoberto, a estimação da estrutura temporal das taxas de juro, para um dado intervalo de tributação, envolve a escolha de um conjunto de taxas à vista tal que o valor actual dos *cash-flows* depois de impostos, para cada obrigação, seja menor ou igual que o seu preço. A igualdade estrita em (76) acontece quando a carteira elaborada pelo investidor incorpora uma parcela positiva dessa obrigação. O problema é então composto de duas partes: (i) determinar a carteira

ótima de obrigações para um dado intervalo de tributação; (ii) a resolução de (76) no sentido restrito da igualdade para essas obrigações, assegurando a desigualdade para as restantes obrigações. Para o caso a um só período, a solução tende a ser relativamente simples, uma vez que apenas as obrigações que gerem as maiores taxas de rendibilidade depois de impostos serão detidas. Esta taxa máxima corresponderá então à taxa à vista a um período,  $R_1$ , depois de garantir-se a satisfação da desigualdade (76) para todas as outras obrigações.

Para o caso multi-período, a taxa de rendibilidade a um só período equivale à estrutura temporal, correspondendo a um vector, facto que impossibilita o recurso ao critério de máxima rendibilidade. Em vez disso procede-se à determinação de uma carteira ótima,  $\chi^*$ , que gera os *cash-flows*  $s_1, s_2, \dots, s_T$  nos períodos 1, 2, ..., T, a um custo mínimo. Então, condicional em S, a estrutura temporal pode ser calculada pelos preços sombra associados a  $\chi^*$ . Formalmente  $\chi^*$  é a solução do seguinte problema de programação linear, introduzido por Hodges e Schaefer (1977):

(77)

$$\text{Min}_{X_i} \sum_i P_i X_i$$

sujeito a

$$\sum_i a_{ij} X_i \geq s_j, \quad j = 1, \dots, T;$$

$$X_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m.$$

Os termos associados a  $a_{ij}$  representam os pagamentos depois de impostos da obrigação  $i$  no período  $j$ ,  $P_i$  é o preço da obrigação  $i$  e  $X_i$  é o número de unidades detidas da obrigação  $i$ . As variáveis duais deste problema medem, no ótimo, o custo de oportunidade, em unidades monetárias, de um acréscimo marginal no *cash-flow* de cada período e correspondem aos factores de desconto. Estes encontram-se relacionados com as taxas à vista (*spot*) e a prazo (*forward*) por:

$$d_j = (1+R_j)^{-1} \text{ e } d_{j-1}/d_j = (1+r_j), \quad j = 1, \dots, T,$$

em que  $d_j$  é a variável dual (ou o factor de desconto) associado com o período  $j$ ,  $R_j$  é a taxa de juro à vista para o período  $j$  e  $r_j$  é a taxa a prazo para o período compreendido entre  $j-1$  e  $j$ .

O problema dual de (77) é então

(78)

$$\text{Max}_{d_j} \sum_{i=1}^I s_i d_i$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^I a_{ij} d_i \leq P_j, \quad j = 1, \dots, m;$$
$$d_i \geq 0, \quad j = 1, \dots, I.$$

Cada restrição em (78) equivale à equação (76). A solução ótima para (77), ou para (78), possibilita a determinação da estrutura temporal que satisfaz (76). No entanto, uma dificuldade ainda subsiste e prende-se com a forma de escolher o vector de *cash-flows*, depois de impostos, da carteira S. As soluções de ótimo para (77) ou para (78), e consequentemente para a estrutura temporal, são condicionais em S. Na presença das restrições de exclusão da possibilidade de vendas a descoberto e de imposição de *cash-flows* positivos para todas as obrigações, a escolha de S irá influenciar a estrutura temporal das taxas de juro, com excepção dos casos (i) em que existem puras obrigações a desconto para cada período futuro e (ii) que estas apareçam sempre na solução de ótimo. As figuras 10 (a) e 10 (b) ilustram esta questão.

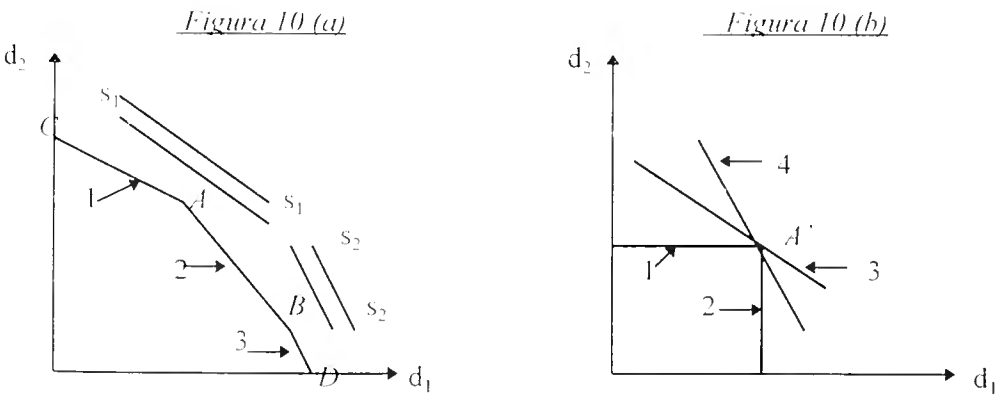


Figura 10 (a)- Mercado incompleto: a solução ótima depende da escolha dos “ cash-flows ” requeridos.  
Figura 10 (b)- Mercado completo: A’ é a única solução de ótimo.

A figura 10 (a) apresenta o espaço de soluções possíveis para o problema dual para um exemplo na consideração de dois períodos de tempo e de três obrigações. As restrições para as obrigações 1 e 2 interceptam-se no ponto A e para as obrigações 2 e 3



em B. Um vez que se trata de um problema de programação linear, a solução do problema é dada por uma solução de canto<sup>25</sup> associada a um possíveis pontos A, B, C e D. Se os *cash-flows* da carteira, depois de impostos, corresponderem às rectas  $s_1s_1$  então A será o óptimo, enquanto que se corresponderem a  $s_2s_2$  será B, de onde se conclui por diferentes estruturas temporais. Num mercado perfeito, carteiras com idênticos *cash-flows* têm idênticos preços, e por este facto, idênticas taxas de rendibilidade. No entanto, sob as hipóteses estabelecidas de inclusão de impostos e rejeição de vendas a descoberto, esta conclusão deixa de validar-se. Assim, uma obrigação poderá ser vendida a prémio sobre o seu valor intrínseco na sequência das suas características fiscais e, sem as possibilidades de arbitragem associadas à venda a descoberto, este prémio poder-se-à manter.

A figura 10 (b) apresenta o caso em que existem duas puras obrigações a desconto (1 e 2) as quais definem sempre o óptimo, qualquer que seja o declive da curva de iso-valor. Isto implica que todas as restrições associadas às outras obrigações detidas racionalmente, tais como 3 e 4 e 1 e 2, se interceptem num único ponto. Este ponto, A', define uma única estrutura temporal. No entanto, na ausência de uma obrigação a desconto para cada maturidade, o problema tende a corresponder à figura 10 (a), dependendo, neste caso, a estrutura temporal da carteira escolhida depois de impostos (Schaefer, 1981).

A questão seguinte a prende-se com a suavização dos factores de desconto estimados. Para um investidor, sujeito uma dada taxa de tributação sobre os seus rendimentos, a sua carteira óptima poder-se-à centrar na detenção apenas de títulos com maturidades específicas. Este resultado leva a que as soluções obtidas para os factores de desconto, e consequentemente para a estrutura temporal, nem sempre se apresentem providas de sentido económico. No sentido de suavizar as soluções obtidas, Hodges e Schaefer (1977) sugerem a flexibilização do modelo pela introdução da alternativa associada à transferência de rendimento entre períodos, remunerada a uma dada taxa pré-estabelecida e conhecida pelo agente<sup>26</sup>. O problema primal desta segunda versão do modelo passa então a corresponder a:

---

<sup>25</sup> *A menos que o declive da curva de iso-valor associada à função objectivo coincida com o declive da restrição, o que gera como solução de óptimo o conjunto de pontos associados à própria restrição (solução degenerada).*

<sup>26</sup> *A consideração de uma taxa de transferência nula entre períodos, neste modelo, pode originar que as soluções obtidas para os factores de desconto apresentem a configuração de uma função escada decrescente.*

(79)

$$\text{Min}_{X_i} \sum_i P_i X_i + Z_1$$

sujeito a

$$\sum_i a_{ij} X_i + (1 + \rho_j) Z_j - Z_{j+1} \leq s_j, \quad j = 1, \dots, T;$$

$$Z_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, T, \text{ e } Z_{T+1} = 0;$$

$$X_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m.$$

O problema dual associado a (79) passa a ser descrito como:

(80)

$$\text{Max}_{d_j} \sum_{j=1}^T s_j d_j$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^T a_{ij} d_j \leq P_i, \quad i = 1, \dots, m;$$

$$(1 + \rho_1) d_1 \leq 1;$$

$$(1 + \rho_j) d_j \leq d_{j-1}, \quad j = 2, \dots, T;$$

$$d_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, T.$$

As restrições adicionadas ao problema garantem a obtenção de factores de desconto com um comportamento monótono decrescente, na hipótese de não existirem custos associados à detenção de moeda entre períodos (*cost of carry*).

Uma segunda alternativa para suavizar as soluções obtidas para a estrutura temporal, e de completar esta para maturidades intermédias, passa por uma aproximação funcional aos factores de desconto, tal como foi sugerida primeiramente por McCulloch (1971).

Designando  $d(t)$  como o preço de uma obrigação de cupão zero com valor facial de 1 u.m. e com uma maturidade de  $t$  anos, neste caso, a taxa à vista coincide com a taxa de rendibilidade até a maturidade. Na hipótese de que as taxas à vista e a prazo se capitalizam em termos contínuos, a taxa à vista  $s(t)$  e o preço da obrigação a desconto  $d(t)$  encontram-se relacionadas de acordo com  $d(t) \equiv \exp[-s(t)t]$  e  $s(t) \equiv -[\ln d(t)]/t$ . Definindo por  $f(t, T)$  a taxa a prazo implícita válida entre  $t$  anos e a maturidade a  $T$  anos, em que  $T > t$ , então,  $f(t, T) \equiv -[\ln d(T) - \ln d(t)]/(T-t) \equiv [s(T)T - s(t)t]/(T-t)$ . No caso em que  $T \rightarrow t$ , taxa a prazo instantânea  $f(t)$  corresponde a

$$(81) \quad f(t) \equiv \lim_{T \rightarrow t} f(t, T) \equiv - \frac{\partial \ln d(t)}{\partial t} \equiv s(t) + t \frac{\partial s(t)}{\partial t}.$$

Deste resultado conclui-se que a taxa à vista (*spot*) estabelecida para uma dada maturidade é a média das taxas a prazo instantâneas definidas entre zero e a data da maturidade da taxa à vista. Paralelamente, pode ainda concluir-se que os limites para a taxa à vista e para a taxa a prazo instantânea, quando maturidade se aproxima de zero e representados, respectivamente por  $s(0)$  e  $f(0)$ , são iguais, ou seja,  $s(0)=f(0)$ .

O problema de estimação das taxas à vista e a prazo resume-se então ao seguinte. Para cada data de negociação, considere-se a existência de  $m$  obrigações, em que cada obrigação  $i=1, \dots, m$ , é representada pelo terno  $(c_i, t_i, p_i)$  composto por o cupão  $c_i$ , o tempo para a maturidade  $m_i$  e pelo preço  $p_i$ . Paralelamente, admite-se que a função de desconto pode ser modelizada por uma dada forma funcional  $d(t, b)$ , onde  $b$  é um vector de parâmetros. O modelo de determinação do preço de cada obrigação (líquido dos juros decorridos),  $P_i(b)$ , corresponde ao valor presente dos *cash-flows* associados ao pagamento dos cupões e do valor facial, actualizados pelos valores obtidos pela função de desconto, ou seja,

$$(82) \quad P_i(b) \equiv \sum_{j=1}^{M(i)} 100 \cdot c_i \cdot d(t_j; b) + 100 \cdot d(t_{M(i)}; b) \quad i=1, \dots, m.$$

Nesta expressão,  $M(i)$ , representa o número de vezes que a obrigação  $i$  paga cupão até à sua maturidade. Assume-se que o preço observado difere do gerado pelo modelo por um termo associado ao erro, com valor esperado nulo,

$$(83) \quad p_i = P_i(b) + \varepsilon_i, \quad E[\varepsilon_i]=0.$$

O termo associado ao erro pode ser motivado por falhas institucionais decorrentes de (i) em muitos dias se considerar o preço para uma obrigação como a cotação do dia anterior, pelo facto de não terem existido transacções desse título nesse dia, e de (ii) se considerar como cotação o preço de fecho, o qual poderá sub ou sobrestimar a volatilidade em torno do preço do título desse dia.

Este tipo de formalização tem sido utilizada por vários autores, com diferentes formas funcionais para a função de desconto. McCulloch (1975) apresenta uma forma funcional associada à combinação de polinómios do terceiro grau, *cubic spline*, em que

os pontos de junção entre os diferentes segmentos de curva designam-se por *knot points*. Esta formulação que apresenta como vantagem o poder-se estimar através de uma simples regressão linear, tem, no entanto, como desvantagem o facto de as estimativas para as taxas a prazo poderem ser instáveis (Dalhquist e Svensson, 1996). Este problema tende a agravar-se para as maturidades mais longas, chegando-se mesmo a registar valores negativos como estimativas para estas taxas. Paralelamente, surgem ainda outros problemas associados às estimativas, na sequência destas dependerem da localização dos *knot points*.

Schaefer (1981) reformula o problema apresentado por Hodges e Schaefer (1977) na consideração de uma aproximação à função de desconto pela combinação linear de  $n+1$  funções  $f_k(\cdot)$ ,  $k=0, \dots, n$ , garantindo-se que

$$(84) \quad d(t) = \sum_{k=0}^n \alpha_k f_k(t),$$

onde  $\alpha_k$ ,  $k=0, \dots, n$ , define os pesos associados às diferentes funções e  $t$  a maturidade. A introdução desta hipótese obriga a refazer a primeira versão do problema dual, apresentado anteriormente, obtendo-se

$$(85) \quad \text{Max}_{\alpha_k} \sum_{k=0}^n \sigma_k \alpha_k$$

sujeito a

$$\sum_{k=0}^n b_{ik} \alpha_k \leq P_i, \quad i=1, \dots, m;$$

$$\alpha_k \geq 0, \quad k=0, \dots, n;$$

$$\alpha_0=1;$$

$$\sum_{k=0}^n \alpha_k f_k(1) \geq 0;$$

em que

$$b_{ik} = \sum_{j=1}^{M(i)} a_{ij} f_k(t_{ij}) \quad \text{e} \quad \sigma_k = \sum_{j=1}^T s_j f_k(t_j).$$

Na escolha do tipo de função a aproximar à função de desconto,  $f_k(\cdot)$ , importa assegurar que esta garanta determinadas propriedades económicas. No sentido de evitar taxas a

prazo negativas a função de desconto estimada deve caracterizar-se como positiva e monótona não crescente. Para o efeito, Schaefer demonstra que combinações não negativas das seguintes funções, derivadas a partir dos polinómios de Bernstein, asseguram um comportamento monótono não crescente para a função de desconto.

(86)

$$\theta_k(t) = \sum_{r=0}^{n-k} (-1)^{r+1} \binom{n-k}{k+r} \frac{t^{(k+r)}}{(k+r)}, \quad k=1, \dots, n.$$

Nesta expressão, a maturidade,  $t$ , é avaliada, sem perda de generalidade, no intervalo  $[0,1]$ . A primeira função componente  $\theta_0$  é definida como:

(87)

$$\theta_0(t) = \text{sign} [d(0)] = 1.$$

Em resumo, a função de desconto é aproximada à seguinte função

$$\sum_{k=0}^n \alpha_k \theta_k(t),$$

onde  $\alpha_k \geq 0$ ,  $k=0, \dots, n$ , e  $\theta_k(t)$ ,  $k=0, \dots, n$ , assume a forma apresentada em (86) e (87). Na resolução do problema de programação linear concretiza-se a forma de  $f_k(\cdot)$  por  $\theta_k(t)$ .

A vantagem deste método, face ao sugerido por Hodges e Schaefer (1977), passa pela não necessidade de se estabelecer um cenário-base sobre o comportamento futuro das taxas de juro. Paralelamente, e face à formulação de McCulloch (1971,1975), garante a obtenção de taxas a prazo sempre positivas, na sequência do tipo de função utilizada como aproximação à função de desconto.

No entanto, do ponto de vista económico, afigura-se correcto que, para as maiores maturidades, as taxas à vista e a prazo se apresentem positivas e aproximadamente constantes. No sentido de obedecer a esta mesma propriedade das taxas à vista e a prazo, foram, nos últimos anos, formulados alguns trabalhos, dos quais se destacam os de Nelson e Siegel (1987) e de Longstaff e Schwartz (1992). A forma funcional apresentada por Longstaff e Schwartz resulta do modelo elaborado por estes autores na consideração de duas variáveis-estado, a taxa instantânea à vista e a taxa de variância da taxa instantânea à vista, que seguem processos estocásticos de regresso à média (*mean reverting*). Este modelo pode ser encarado como a versão com duas variáveis-estado do modelo de Cox, Ingersoll e Ross (1985), correspondendo por isso a

um modelo de equilíbrio geral. No entanto, segundo Dalhquist e Svensson (1996), a forma funcional sugerida por Nelson e Siegel (NS) tende a apresentar-se superior, à de Longstaff e Schwartz, em termos das propriedades de convergência, da estabilidade dos parâmetros e sua interpretação. Este facto justifica que se tenha optado pela formulação de Nelson e Siegel a qual assume que a taxa a prazo instantânea é a solução para uma equação diferencial de segunda ordem com duas raízes iguais, que corresponde a

$$(88) \quad f(t, b) \equiv \beta_0 + \beta_1 \exp(-t/\delta) + \beta_2 (t/\delta) \exp(-t/\delta),$$

onde  $b = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \delta)$  é o vector dos parâmetros. A taxa à vista pode ser deduzida pela integração da taxa a prazo, e que é dada por

$$(89) \quad s(t, b) \equiv \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \left[ \frac{1 - \exp(-t/\delta)}{(t/\delta)} \right] - \beta_2 \exp(-t/\delta).$$

As expressões sugeridas por NS para as taxas a prazo e à vista ultrapassam os problemas anteriormente descritos na formulação de McCulloch (1971, 1975), uma vez que, os valores limite para estas taxas, quando a maturidade se aproxima de zero ou de infinito, são, respectivamente, de  $f(0, b) = s(0, b) = \beta_0 + \beta_1$  e de  $f(\infty, b) = s(\infty, b) = \beta_0$ . Deste modo garante-se a aproximação a uma constante das taxas à vista e a prazo, para as maturidades mais longas.

Considere-se a existência de um ponto de estacionaridade para a taxa a prazo. Esta hipótese equivale a admitir que a partir de uma dada maturidade  $t^* \geq 0$  se verifica que  $\partial f(t^*, b)/\partial t = 0$ , obtendo-se  $f^* = f(t^*, b)$ . Então

$$(90) \quad f^* = \beta_0 + \beta_2 \exp\left(-1 + \frac{\beta_1}{\beta_2}\right)$$

e

$$(91) \quad \frac{t^*}{\delta} = 1 - \frac{\beta_1}{\beta_2}.$$

Obtidos valores de  $\beta_0$  e de  $\beta_1, \beta_2$  é determinado por (90) se existir um máximo ou mínimo  $f^*$ . Importa realçar que a forma funcional de NS para a taxa a prazo tem no máximo apenas um ponto de estacionaridade. Dado que a segunda derivada de  $f(t, b)$  em  $t^*$  corresponde a

$$(92) \quad \frac{\partial^2 f(t^*, b)}{\partial t^2} = -\beta_2 \left( \frac{1}{\delta^2} \right) \exp(-t^*/\delta).$$

o sinal de  $\beta_2$  determina a existência de um máximo ou mínimo. Um sinal negativo ou positivo de  $\beta_2$  indica, respectivamente, a existência de um mínimo ou de um máximo. Finalmente, dados  $\beta_1$  e  $\beta_2$ ,  $\delta$  é determinado por  $t^*$  de acordo com (91). Assim,  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\delta$  são obtidos recursivamente em ordem a  $f(\infty)$ ,  $f(0)$ ,  $f^*$  e  $t^*$ , sendo por isso fácil encontrar os valores iniciais para o processo de optimização. A função de desconto de Nelson e Siegel é então dada por  $d(t, b) \equiv \exp[-s(t, b)t]$ , onde  $s(t, b)$  assume a forma da equação (89).

Uma vez que o presente trabalho pretende identificar a segmentação do mercado resultante do efeito fiscal nas escolhas dos agentes, dividiu-se o universo dos agentes de acordo com os seguintes intervalos de rendimento colectável, e taxas normais a eles associados<sup>27</sup>:

*Quadro (8) - Taxas Gerais de Tributação*

<b><i>Rendimento Colectável (contos)</i></b>	<b><i>Taxa (%)</i></b>
<i>Até 1010</i>	<i>15%</i>
<i>De mais de 1010 até 2350</i>	<i>25%</i>
<i>De mais de 2350 até 6000</i>	<i>35%</i>
<i>Superior a 6000</i>	<i>40%</i>

*(\*) - Valores para 1996*

Paralelamente, assume-se ainda uma classe de investidores isentos de tributação associada a fundos de pensões e não residentes.

### ***3.4 A inclusão de uma estratégia fiscal associada a um mercado de “strips”***

O processo designado por *stripping* corresponde à divisão dos fluxos gerados por uma obrigação com cupão em títulos associados aos pagamentos dos cupões individuais e do valor facial, os quais podem ser detidos separadamente e negociados como se de obrigações de cupão zero se tratassem. Em termos fiscais, para a generalidade dos países detentores deste tipo de mercado, os cupões das obrigações sujeitas a um processo de *stripping* encontram-se isentas de qualquer retenção na fonte. Os rendimentos auferidos de *strips* gozam de igual tratamento aos de uma obrigação com cupão, sendo tributados

<sup>27</sup> Na hipótese de englobamento dos rendimentos pelos agentes (ver Anexo 1, secção A.1.1).

em termos gerais e na esfera do investidor. O cliente para este tipo de produto financeiro assume normalmente o perfil associado a um investidor institucional que pretende cobrir as posições assumidas para maturidades intermédias.

Nos países detentores de mercados obrigacionistas incompletos e em que a tomada de posições a descoberto é permitida, os investidores sujeitos a elevadas taxas de tributação sobre o rendimento tendem a centrar a rendibilidade das suas carteiras nos ganhos de capital. Neste sentido, a combinação, numa mesma carteira, de posições longas e curtas permite uma redução, ou mesmo a eliminação, dos *cash-flows* gerados pelos cupões sujeitos a tributação (Green, 1993). Para o efeito considere-se a existência duas obrigações com cupões de 10% e 5% e sendo transaccionadas, respectivamente, ao par e abaixo do par, em que  $B_{5\%}$  representa o preço da obrigação abaixo do par. Ambas apresentam um valor facial de 1 u.m. e maturidade em  $T$ . A tomada de duas posições longas na obrigação com cupão de 5% e de uma posição curta na obrigação de 10% possibilita que, em cada período, não existam *cash-flows*, com o consequente efeito em termos de responsabilidades fiscais, antes da maturidade. Designando por  $P_I$  o custo da carteira, neste caso  $P_I = 2B_{5\%} - 1$ . Na maturidade, as posições assumidas geram o seguinte pagamento, depois de impostos:

$$2 - \tau_g(2 - 2B_{5\%}) - 1 = 1 - \tau_g[1 - (2B_{5\%} - 1)] = 1 - \tau_g(1 - P_I).$$

A primeira parcela corresponde às 2 u.m. recebidas na data da maturidade, na sequência da detenção da obrigação com cupão de 5%, deduzidas da parcela de impostos sobre os ganhos de capital,  $\tau_g(2 - 2B_{5\%})$ , e de 1 u.m. associada ao desfazer da posição curta. O estabelecimento desta estratégia gera uma pura obrigação a desconto não tributada até à data da maturidade. Para um investidor, sujeito a tributação, que se encontre disposto à adopção desta estratégia, então,

$$(93) \quad P_I = [1 - \tau_g(1 - P_I)]d_I$$

ou

$$(94) \quad P_I = \frac{(1 - \tau_g)d_I}{1 - \tau_g d_I}.$$

A adopção ou não desta estratégia permite justificar que um mesmo título possua diferentes valorizações para agentes sujeitos a idêntico regime tributário.



Uma vez que no mercado português não se admitem vendas a descoberto, estabelece-se a hipótese da existência de um mercado de *strips* a funcionar em simultâneo com o mercado de cotações oficiais. Paralelamente, uma vez que o regime fiscal português apenas define incidência fiscal sobre as mais-valias obtidas na alienação dos títulos, a expressão (94) reduz-se a

$$P_1 = 1.d_1.$$

A incorporação desta estratégia no modelo passa por voltar a estimar a carteira ótima, na presença das novas alternativas de aplicação financeira, para os diferentes investidores, associados aos diferentes intervalos de tributação. Por último, importa ainda realçar que, a adopção desta estratégia apenas se justifica para as obrigações cotadas abaixo do par.

*Capítulo 4 - Estimação dos efeitos clientela para o mercado de dívida pública: comentário aos valores estimados*

#### **4.1 Preliminares**

Antes de começar a apresentar os resultados obtidos importa identificar o período da amostra e metodologia empregue. Para o presente estudo consideraram-se os preços de fecho<sup>28</sup> formados para os títulos do Tesouro de taxa fixa, no mercado de cotações oficiais, no período entre 25 de Março e 23 de Agosto de 1996. No entanto, apenas se consideraram os títulos emitidos após 1994, os quais apresentam pagamentos anuais de cupão, uma vez que a conjugação de títulos com pagamentos anuais e semestrais colocava sérias dificuldades ao estabelecimento de uma grelha comum de maturidades. Deste modo, optou-se por sacrificar o conjunto de opções possível em favor da obtenção de valores credíveis, associados aos títulos mais líquidos do mercado português de dívida pública. Ao elaborar a grelha de maturidades, houve necessidade de estabelecer um cenário de evolução futura das taxas de juro de forma a transferir os cupões anuais pagos em Janeiro e Fevereiro para Março, de cada ano, no período compreendido entre 1997 e 2006. Na formulação deste mesmo cenário importa relembrar as seguintes restrições: (i) a primeira deriva de o facto de as taxas a considerar serem necessariamente passivas, uma vez que estas se circunscrevem na óptica do investidor; (ii) a segunda restrição relaciona-se a 3ª fase do processo de construção da União Económica e Monetária, calendarizada a partir de 1 de Janeiro de 1999. Para o período compreendido entre Março de 1996 e Março de 1998 admite-se por hipótese que, com base na informação disponível no período de formação das cotações, os agentes encaram um valor de 6.5% p.a. para a taxa associada à melhor opção de investimento alternativo. Este valor foi estabelecido atendendo à taxa fixada para os certificados de aforro entre Março e Agosto de 1996, que variou entre os 7.375% e os 6.53125%, respectivamente, em Março e em Junho, e à perspectiva de continuação de descida das taxas de juro internas. Para os restantes períodos admite-se um valor médio de 5.5%, o qual reflecte a actual tendência apresentada pela curva de rendimentos dos *bunds* alemães para prazos superiores a 3 anos. Alternativamente, poder-se-ia considerar como taxa válida para o primeiro período, compreendido entre Março e Agosto de 1996 e Março de 1997, a taxa dos certificados de aforro fixada em cada mês. No entanto, importa referir que tal hipótese também não se apresenta inteiramente correcta uma vez

---

<sup>28</sup> A consideração da cotação de fecho poderá gerar os problemas referenciados no Capítulo 3, secção 3.3 (ver página 83).

que o investidor não poderá transferir a essa taxa os fluxos recebidos em Janeiro e Fevereiro de 1997 para Março desse mesmo ano. Paralelamente, estabelece-se ainda a hipótese de tributação, à respectiva taxa aplicável ao agente, sobre o montante recebido de juros, qualquer que seja a natureza dos mesmos. Um outro aspecto a abordar, do conjunto de notas metodológicas, prende-se com a consideração do juro corrido até à data de transacção. Assim sendo, à cotação formada em cada dia acresce ainda o montante de juro corrido, depois de impostos, devendo a soma destas duas parcelas corresponder ao conjunto de fluxos futuros actualizados gerados por cada obrigação. Relativamente ao juro corrido apenas se considerou para todos os agentes, como coeficiente fiscal, a taxa de retenção na fonte de 20%, associada ao regime geral<sup>29</sup>. Por último, à que justificar a escolha do vector de *cash-flows*, depois de impostos,  $S$ . Uma vez que não é possível garantir a independência da estrutura temporal de  $S$ , importa assegurar que a função objectivo descrita em (78) seja igualmente sensível para todas as taxas à vista estimadas. A função objectivo poderá então ser escrita como

$$V = \sum_{j=1}^I s_j \exp(-jR_j).$$

Diferenciando a expressão anterior em ordem a  $R_j$  e igualando o resultado a uma constante, obtém-se

$$s_j = (\gamma/j) \exp(jR_j),$$

onde  $\gamma$  define uma constante arbitrária. Em teoria, a determinação de  $S$  por este processo exige que a estrutura temporal seja conhecida. Este facto sugere a formação de um procedimento iterativo, partindo de um valor inicial arbitrário de  $s_j$ , para determinação da estrutura temporal implícita; com os valores estimados para  $R_j$  redetermina-se o valor de  $s_j$  e assim sucessivamente. No entanto, e à semelhança dos resultados obtidos por Schaefer (1981), as estimativas para  $R_j$  após a primeira iteração diferiam apenas alguns pontos base das primeiras estimativas. Na sequência deste resultado optou-se por fixar o valor de 1000 para  $s_j$ , ou seja 10% do valor nominal de cada obrigação, para todas as taxas  $R_j$ .

---

<sup>29</sup> Ver Anexo 1, secção A.1.1, e Anexo 2.

**4.2 Resultados Obtidos**

Na primeira fase, procedeu-se à estimação do problema primal e dual da 1ª versão sugerida por Hodges e Schaefer, (77) e (78). No entanto, o facto de não existir qualquer restrição sobre o comportamento dos factores de desconto levou a que os resultados obtidos não se mostrassem providos de qualquer sentido económico. O passo seguinte foi a flexibilização do mesmo modelo pela introdução de variáveis de transferência entre períodos no problema primal. O efeito desta hipótese no problema dual traduz-se no estabelecimento de restrições que garantem estimativas economicamente correctas. Adicionalmente, a 2ª versão do modelo de Hodges e Schaefer requer ainda um conjunto de taxas de transferência entre períodos como dados iniciais. Neste sentido, manteve-se o cenário apresentado na secção anterior correspondente a:

<i>Data</i>	<i>1996-Março 1997</i>	<i>Março 97-Março 98</i>	<i>A partir de Março 1998</i>
<i>Cenário</i>	<i>6,5%</i>	<i>6,5%</i>	<i>5,5%</i>

Por último, houve ainda a necessidade de ajustar o modelo à dimensão do mercado português de dívida pública. Uma vez que não existe qualquer título emitido pelo Tesouro, com pagamento de cupão anual, a atingir a maturidade em 2002 e 2003, o modelo era forçado a concluir pela necessidade de transferência entre 2002 e 2004 como solução para o problema primal. Paralelamente, e em termos do problema dual, este facto gerava a obtenção de taxas à vista enviesadas, para este período. A forma sugerida para ultrapassar esta dificuldade passou pela eliminação das datas de Março de 2002 e de 2003 da grelha de maturidades. Em contrapartida, os cupões pagos nessas datas foram transferidas à respectiva taxa estabelecida para o período em questão do cenário admitido. Consequentemente, em termos do problema dual, não se obtêm os valores para a taxa à vista a 6 e 7 anos.

Os resultados obtidos para a composição da carteira, apresentados no quadro (9), evidenciam a existência de diferentes escolhas associadas aos diferentes níveis de tributação, facto que justifica a formação de clientelas. Um investidor isento de tributação tende a dispersar a sua carteira pelas diferentes maturidades. No entanto, à

medida que a taxa de tributação aumenta, assiste-se a um reforço da concentração nos títulos com os índices (4), (6), (7) e (9), os quais apresentam baixos valores de cupão. Este facto fundamenta a existência de efeitos clientela no mercado português de dívida pública. Paralelamente, importa também realçar o comportamento das variáveis de transferência (ver quadro (10)), as quais registam um acréscimo do seu valor à medida que a taxa de tributação aplicável ao agente aumenta.

*Quadro (10) - Variáveis de transferência do modelo de Hodges e Schaefer (1977)*

<i>V. Transf.</i>	<i>Z1</i>	<i>Z2</i>	<i>Z3</i>	<i>Z4</i>	<i>Z5</i>	<i>Z8</i>	<i>Z9</i>	<i>Z10</i>
<i>Tx. IRS - 0%</i>								
25-mar-96	0	0	0	0	0	0	0	0
23-abr-96	0	0	0	0	0	0	0	0
23-mai-96	0	0	0	0	0	0	0	0
24-jun-96	0	0	0	0	0	0	0	0
23-jul-96	0	0	0	0	0	0	0	0
23-ago-96	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>Tx. IRS - 15%</i>								
25-mar-96	0	0	0	0	0	0	0	0
23-abr-96	0	0	0	0	0	0	0	0
23-mai-96	0	0	0	0	0	0	0	0
24-jun-96	0	0	0	0	0	0	0	0
23-jul-96	0	6.159960242	0	0	0	0	8.839583167	0
23-ago-96	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>Tx. IRS - 25%</i>								
25-mar-96	0	0	0	0	0	0	0	0
23-abr-96	12.72798361	6.489630232	0	0	0	0	8.965079614	0
23-mai-96	0	6.489629955	0	0	0	0	8.965079803	0
24-jun-96	0	6.489630361	0	0	0	0	8.965079755	0
23-jul-96	0	6.635310398	0	7.574436953	0	0	8.965079453	0
23-ago-96	13.22182965	6.635310371	0	7.574436817	0	0	8.965079614	0
<i>Tx. IRS - 35%</i>								
25-mar-96	0	6.877086213	0	7.715120167	0	0	0	0
23-abr-96	13.72563719	6.980682177	0	7.831560353	0	0	9.093326565	0
23-mai-96	13.77305225	6.980682162	0	7.831560344	0	0	9.093326568	0
24-jun-96	13.82062965	6.980682184	0	7.831560379	0	0	9.093326567	0
23-jul-96	13.86837264	6.980682199	0	7.831560073	0	0	9.093326572	0
23-ago-96	13.86837262	6.980682189	0	7.831560069	0	0	9.093326565	0
<i>Tx. IRS - 40%</i>								
25-mar-96	0	7.163148732	0	7.966562541	0	0	9.15850764	0
23-abr-96	14.10231061	7.163148737	0	7.966562553	0	0	9.158507201	0
23-mai-96	14.14734372	7.163148737	0	7.966562553	0	0	9.158507201	0
24-jun-96	14.19252063	7.163148738	0	7.966562548	0	0	9.158507201	0
23-jul-96	14.23784179	7.163148725	0	7.966562552	0	0	9.158507201	0
23-ago-96	14.28330768	7.163148726	0	7.966562552	0	0	9.158507201	0

Do conjunto de títulos dominados assume particular destaque a OT Janeiro 8.375% 94/.../99 uma vez que esta se apresenta na generalidade dominada para todas os diferentes intervalos de tributação. Este resultado apenas permite concluir que o factor fiscal tende a não justificar a procura deste título. De igual modo, pode ainda concluir-se por alguma estabilidade das clientelas formadas em torno de cada obrigação. A

confirmação desta afirmação obrigaria à análise de uma maior amostra em termos temporais. No entanto, a opção tomada de incluir os títulos do Tesouro emitidos em 1996, para o respectivo alargamento do leque de opções de investimento, condiciona esta conclusão.

Os resultados obtidos pelo problema dual, apresentados no quadro (11), revelaram alguns problemas associados à própria formulação de Hodges e Schaefer.

*Quadro (11) - Taxas anuais à vista geradas pelo modelo de Hodges e Schaefer (1977).*

<b>Vencimentos</b>	<b>25 de Março</b>	<b>23 de Abril</b>	<b>23 de Maio</b>	<b>24 de Junho</b>	<b>23 de Julho</b>	<b>23 de Agosto</b>
<b>Tx. IRS - 0%</b>						
mar-97	7.955%	7.552%	7.893%	8.287%	8.623%	9.028%
mar-98	8.171%	7.552%	7.742%	7.807%	7.879%	8.023%
mar-99	8.498%	7.700%	7.826%	7.755%	7.794%	7.841%
mar-00	9.016%	8.225%	8.365%	8.207%	8.086%	8.122%
mar-01	8.746%	8.300%	8.398%	8.275%	8.215%	8.135%
mar-04	8.966%	8.711%	8.779%	8.776%	8.660%	8.590%
mar-05	9.778%	9.077%	9.128%	8.908%	8.711%	8.813%
mar-06	9.588%	8.947%	9.058%	8.915%	8.751%	8.852%
<b>Tx. IRS - 15%</b>						
mar-97	6.472%	5.941%	6.116%	6.307%	6.392%	6.473%
mar-98	6.451%	5.775%	5.881%	5.860%	5.871%	5.873%
mar-99	7.246%	6.404%	6.491%	6.415%	6.411%	6.414%
mar-00	7.266%	6.475%	6.573%	6.385%	6.230%	6.225%
mar-01	7.470%	7.013%	7.088%	6.947%	6.865%	6.769%
mar-04	7.639%	7.376%	7.428%	7.409%	7.286%	7.207%
mar-05	7.984%	7.338%	7.373%	7.163%	6.982%	7.042%
mar-06	8.153%	7.553%	7.644%	7.502%	7.340%	7.418%
<b>Tx. IRS - 25%</b>						
mar-97	5.485%	4.875%	4.937%	4.995%	4.916%	4.875%
mar-98	5.307%	4.875%	4.903%	4.926%	4.891%	4.875%
mar-99	6.406%	5.543%	5.605%	5.502%	5.470%	5.441%
mar-00	6.107%	5.303%	5.374%	5.164%	5.101%	5.072%
mar-01	6.611%	6.138%	6.198%	6.044%	5.944%	5.833%
mar-04	6.750%	6.476%	6.519%	6.488%	6.357%	6.271%
mar-05	6.814%	6.210%	6.245%	6.215%	6.097%	6.019%
mar-06	7.192%	6.612%	6.690%	6.537%	6.368%	6.437%
<b>Tx. IRS - 35%</b>						
mar-97	4.499%	4.225%	4.225%	4.225%	4.225%	4.225%
mar-98	4.362%	4.225%	4.225%	4.225%	4.225%	4.225%
mar-99	5.555%	4.665%	4.700%	4.571%	4.506%	4.444%
mar-00	5.056%	4.385%	4.405%	4.305%	4.252%	4.201%
mar-01	5.736%	5.237%	5.282%	5.111%	4.994%	4.869%
mar-04	5.852%	5.560%	5.593%	5.549%	5.411%	5.318%
mar-05	5.656%	5.335%	5.363%	5.321%	5.198%	5.113%
mar-06	6.224%	5.641%	5.708%	5.554%	5.386%	5.437%
<b>Tx. IRS - 40%</b>						
mar-97	4.006%	3.900%	3.900%	3.900%	3.900%	3.900%
mar-98	3.953%	3.900%	3.900%	3.900%	3.900%	3.900%
mar-99	5.126%	4.227%	4.248%	4.107%	4.027%	3.949%
mar-00	4.666%	3.990%	4.000%	3.891%	3.828%	3.767%
mar-01	5.289%	4.785%	4.821%	4.645%	4.521%	4.389%
mar-04	5.397%	5.101%	5.129%	5.079%	4.940%	4.843%
mar-05	5.162%	4.898%	4.920%	4.875%	4.749%	4.662%
mar-06	5.730%	5.157%	5.217%	5.064%	4.897%	4.940%

Para o efeito, considere-se um investidor sujeito a uma taxa de tributação de 40% o qual centra a sua carteira nas obrigações com os índices (4), (6), (7) e (9). Uma vez que este investidor não realiza aplicações com maturidades nos períodos 1, 2, 4, 5, 8 e

10. o modelo considera como taxa a prazo prevalecente neste períodos o valor de  $5,5\% \cdot (1-0,4) = 3,9\%$ , ou seja, a taxa definida, depois de impostos, no cenário inicialmente formulado. Este procedimento tende a enviesar as estimativas obtidas, em especial para os investidores sujeitos a maiores níveis de tributação. A forma de contornar este problema passou pela resolução da equação (75) para as obrigações escolhidas pelo problema primal, determinando-se as taxas à vista implícitas nestas. A este processo atribuiu-se o nome de "segmentação", sendo apresentadas as estimativas obtidas no quadro (12).

*Quadro (12) - Taxas anuais à vista geradas pelo procedimento de segmentação\**

Vencimentos	25 de Março	23 de Abril	23 de Maio	24 de Junho	23 de Julho	23 de Agosto
<b>Tx. IRS - 0%</b>						
mar-97	7,955%	7,552%	7,893%	8,287%	8,623%	9,028%
mar-98	8,171%	7,552%	7,742%	7,807%	7,879%	8,023%
mar-99	8,498%	7,700%	7,826%	7,755%	7,794%	7,841%
mar-00	9,016%	8,225%	8,365%	8,207%	8,086%	8,122%
mar-01	8,746%	8,300%	8,398%	8,275%	8,215%	8,135%
mar-04	9,072%	8,810%	8,881%	8,879%	8,761%	8,689%
mar-05	9,910%	9,195%	9,249%	9,028%	8,827%	8,929%
mar-06	9,682%	9,030%	9,144%	9,001%	8,834%	8,935%
<b>Tx. IRS - 15%</b>						
mar-97	6,472%	5,941%	6,116%	6,307%	6,391%	6,472%
mar-98	6,451%	5,775%	5,881%	5,859%		5,873%
mar-99	7,246%	6,404%	6,491%	6,415%	6,387%	6,415%
mar-00	7,266%	6,475%	6,573%	6,385%	6,208%	6,225%
mar-01	7,470%	7,013%	7,088%	6,946%	6,852%	6,769%
mar-04	7,717%	7,447%	7,502%	7,483%	7,349%	7,277%
mar-05	8,077%	7,421%	7,458%	7,247%		7,122%
mar-06	8,221%	7,613%	7,706%	7,564%	7,368%	7,501%
<b>Tx. IRS - 25%</b>						
mar-97	5,485%		4,937%	4,995%	4,916%	
mar-98	5,307%					
mar-99	6,406%	5,504%	5,577%	5,479%	5,447%	5,411%
mar-00	6,107%	5,263%	5,347%	5,142%		
mar-01	6,611%	6,114%	6,184%	6,031%	5,912%	5,779%
mar-04	6,811%	6,516%	6,565%	6,536%	6,391%	6,289%
mar-05	6,886%					
mar-06	7,246%	6,621%	6,703%	6,558%	6,380%	6,432%
<b>Tx. IRS - 35%</b>						
mar-97	4,498%					
mar-98						
mar-99	5,511%	4,642%	4,676%	4,555%	4,493%	4,434%
mar-00						
mar-01	5,678%	5,186%	5,229%	5,066%	4,954%	4,834%
mar-04	5,860%	5,567%	5,601%	5,561%	5,425%	5,333%
mar-05	5,666%					
mar-06	6,231%	5,631%	5,696%	5,552%	5,387%	5,433%
<b>Tx. IRS - 40%</b>						
mar-97	4,006%					
mar-98						
mar-99	5,086%	4,211%	4,232%	4,097%	4,021%	3,947%
mar-00						
mar-01	5,239%	4,743%	4,778%	4,609%	4,490%	4,363%
mar-04	5,404%	5,108%	5,136%	5,091%	4,952%	4,857%
mar-05						
mar-06	5,708%	5,150%	5,208%	5,065%	4,900%	4,938%

\* Com base nas escolhas geradas pelo modelo de Hodges e Schaefer (1977).



Para os investidores isentos de tributação, os valores obtidos para as taxas à vista para os prazos de 8, 9 e 10 anos pelo processo de “segmentação” diferem dos gerados pelo modelo de Hodges e Schaefer, na sequência do procedimento adoptado para contornar a falta de títulos com maturidade em 2002 e 2003. Por este facto, as estimativas do modelo ajustado de Hodges e Schaefer tendem a subestimar as taxas à vista, para estes prazos, em cerca 10 p.b..

Numa segunda fase, formulou-se o problema sugerido por Schaefer (1981) para o conjunto de dados disponíveis. A vantagem deste método prende-se com a não necessidade de estabelecimento de qualquer cenário sobre a evolução futura do comportamento das taxas de juro. Todo o processo de suavização da estrutura temporal estimada passa pelo recurso aos polinómios de Bernstein, com uma ordem de aproximação de  $k=10$ . A fixação de uma ordem de aproximação superior levaria a soluções menos suavizadas. Para a determinação das escolhas de carteira implícitas nas taxas de juro estimadas recorre-se aos multiplicadores de Lagrange associados a cada restrição sobre o preço das obrigações do problema dual, definido por (85). O quadro (13) apresenta o conjunto de valores obtidos associados ao preço sombra de cada restrição. A alteração mais significativa em termos dos títulos dominantes, em relação às escolhas do modelo de Hodges e Schaefer, assenta no papel atribuído à obrigação (1) em detrimento da obrigação (9). No modelo de Schaefer, a OT Janeiro 8.375% 94/.../99 e a OT Fevereiro 11.875% 95/.../00 apresentam um comportamento de títulos dominados para a generalidade dos diferentes intervalos de tributação.

As estimativas geradas pelo modelo de Schaefer para a taxa à vista são apresentadas no quadro (14). Importa referir que estas se apresentam idênticas às obtidas pelo modelo de Hodges e Schaefer, para o primeiro período, quando ambos os modelos incorporam a obrigação (1) na carteira ótima estabelecida.

*Quadro (14) - Taxas anuais à vista geradas pelo modelo de Schaefer (1981).*

Vencimentos	25 de Março	23 de Abril	23 de Maio	24 de Junho	23 de Julho	23 de Agosto
<b>Tx.IRS - 0<sup>o</sup></b>						
mar-97	7.955 <sup>o</sup>	7.552 <sup>o</sup>	7.893 <sup>o</sup>	8.306 <sup>o</sup>	8.623 <sup>o</sup>	9.647 <sup>o</sup>
mar-98	8.171 <sup>o</sup>	7.552 <sup>o</sup>	7.742 <sup>o</sup>	7.807 <sup>o</sup>	7.879 <sup>o</sup>	7.998 <sup>o</sup>
mar-99	8.789 <sup>o</sup>	8.106 <sup>o</sup>	8.248 <sup>o</sup>	7.987 <sup>o</sup>	7.957 <sup>o</sup>	7.904 <sup>o</sup>
mar-00	8.991 <sup>o</sup>	8.380 <sup>o</sup>	8.498 <sup>o</sup>	8.187 <sup>o</sup>	8.116 <sup>o</sup>	8.105 <sup>o</sup>
mar-01	8.731 <sup>o</sup>	8.266 <sup>o</sup>	8.365 <sup>o</sup>	8.276 <sup>o</sup>	8.204 <sup>o</sup>	8.126 <sup>o</sup>
mar-02	8.415 <sup>o</sup>	8.111 <sup>o</sup>	8.194 <sup>o</sup>	8.336 <sup>o</sup>	8.276 <sup>o</sup>	8.077 <sup>o</sup>
mar-03	8.497 <sup>o</sup>	8.301 <sup>o</sup>	8.374 <sup>o</sup>	8.546 <sup>o</sup>	8.478 <sup>o</sup>	8.274 <sup>o</sup>
mar-04	9.155 <sup>o</sup>	8.876 <sup>o</sup>	8.947 <sup>o</sup>	8.934 <sup>o</sup>	8.809 <sup>o</sup>	8.758 <sup>o</sup>
mar-05	10.014 <sup>o</sup>	9.274 <sup>o</sup>	9.328 <sup>o</sup>	9.093 <sup>o</sup>	8.884 <sup>o</sup>	9.011 <sup>o</sup>
mar-06	9.907 <sup>o</sup>	8.716 <sup>o</sup>	8.736 <sup>o</sup>	8.440 <sup>o</sup>	8.222 <sup>o</sup>	8.380 <sup>o</sup>
<b>Tx.IRS - 15<sup>o</sup></b>						
mar-97	6.472 <sup>o</sup>	5.941 <sup>o</sup>	6.116 <sup>o</sup>	6.307 <sup>o</sup>	6.392 <sup>o</sup>	6.473 <sup>o</sup>
mar-98	6.648 <sup>o</sup>	5.869 <sup>o</sup>	5.971 <sup>o</sup>	6.131 <sup>o</sup>	6.072 <sup>o</sup>	6.081 <sup>o</sup>
mar-99	7.237 <sup>o</sup>	6.399 <sup>o</sup>	6.486 <sup>o</sup>	6.402 <sup>o</sup>	6.402 <sup>o</sup>	6.405 <sup>o</sup>
mar-00	7.532 <sup>o</sup>	6.829 <sup>o</sup>	6.909 <sup>o</sup>	6.706 <sup>o</sup>	6.675 <sup>o</sup>	6.649 <sup>o</sup>
mar-01	7.447 <sup>o</sup>	6.989 <sup>o</sup>	7.065 <sup>o</sup>	6.920 <sup>o</sup>	6.833 <sup>o</sup>	6.739 <sup>o</sup>
mar-02	7.271 <sup>o</sup>	7.051 <sup>o</sup>	7.124 <sup>o</sup>	7.058 <sup>o</sup>	7.014 <sup>o</sup>	6.848 <sup>o</sup>
mar-03	7.344 <sup>o</sup>	7.221 <sup>o</sup>	7.287 <sup>o</sup>	7.242 <sup>o</sup>	7.257 <sup>o</sup>	7.083 <sup>o</sup>
mar-04	7.753 <sup>o</sup>	7.469 <sup>o</sup>	7.523 <sup>o</sup>	7.504 <sup>o</sup>	7.361 <sup>o</sup>	7.294 <sup>o</sup>
mar-05	8.121 <sup>o</sup>	7.445 <sup>o</sup>	7.481 <sup>o</sup>	7.558 <sup>o</sup>	7.056 <sup>o</sup>	7.140 <sup>o</sup>
mar-06	7.759 <sup>o</sup>	6.870 <sup>o</sup>	6.894 <sup>o</sup>	6.996 <sup>o</sup>	6.398 <sup>o</sup>	6.520 <sup>o</sup>
<b>Tx.IRS - 25<sup>o</sup></b>						
mar-97	5.485 <sup>o</sup>	4.870 <sup>o</sup>	4.937 <sup>o</sup>	4.995 <sup>o</sup>	4.916 <sup>o</sup>	4.786 <sup>o</sup>
mar-98	5.835 <sup>o</sup>	5.045 <sup>o</sup>	5.094 <sup>o</sup>	5.162 <sup>o</sup>	5.057 <sup>o</sup>	4.982 <sup>o</sup>
mar-99	6.383 <sup>o</sup>	5.536 <sup>o</sup>	5.597 <sup>o</sup>	5.492 <sup>o</sup>	5.463 <sup>o</sup>	5.438 <sup>o</sup>
mar-00	6.625 <sup>o</sup>	5.896 <sup>o</sup>	5.958 <sup>o</sup>	5.793 <sup>o</sup>	5.714 <sup>o</sup>	5.664 <sup>o</sup>
mar-01	6.568 <sup>o</sup>	6.102 <sup>o</sup>	6.162 <sup>o</sup>	6.005 <sup>o</sup>	5.908 <sup>o</sup>	5.801 <sup>o</sup>
mar-02	6.466 <sup>o</sup>	6.279 <sup>o</sup>	6.337 <sup>o</sup>	6.148 <sup>o</sup>	6.154 <sup>o</sup>	6.018 <sup>o</sup>
mar-03	6.552 <sup>o</sup>	6.467 <sup>o</sup>	6.521 <sup>o</sup>	6.321 <sup>o</sup>	6.396 <sup>o</sup>	6.276 <sup>o</sup>
mar-04	6.814 <sup>o</sup>	6.522 <sup>o</sup>	6.566 <sup>o</sup>	6.551 <sup>o</sup>	6.400 <sup>o</sup>	6.319 <sup>o</sup>
mar-05	6.889 <sup>o</sup>	6.246 <sup>o</sup>	6.271 <sup>o</sup>	6.589 <sup>o</sup>	6.006 <sup>o</sup>	5.949 <sup>o</sup>
mar-06	6.399 <sup>o</sup>	5.682 <sup>o</sup>	5.695 <sup>o</sup>	6.099 <sup>o</sup>	5.407 <sup>o</sup>	5.354 <sup>o</sup>
<b>Tx.IRS - 35<sup>o</sup></b>						
mar-97	4.499 <sup>o</sup>	3.801 <sup>o</sup>	3.761 <sup>o</sup>	3.688 <sup>o</sup>	3.448 <sup>o</sup>	3.112 <sup>o</sup>
mar-98	5.052 <sup>o</sup>	4.218 <sup>o</sup>	4.208 <sup>o</sup>	4.195 <sup>o</sup>	3.966 <sup>o</sup>	3.870 <sup>o</sup>
mar-99	5.528 <sup>o</sup>	4.673 <sup>o</sup>	4.709 <sup>o</sup>	4.581 <sup>o</sup>	4.527 <sup>o</sup>	4.470 <sup>o</sup>
mar-00	5.691 <sup>o</sup>	4.977 <sup>o</sup>	5.027 <sup>o</sup>	4.878 <sup>o</sup>	4.810 <sup>o</sup>	4.724 <sup>o</sup>
mar-01	5.689 <sup>o</sup>	5.215 <sup>o</sup>	5.259 <sup>o</sup>	5.091 <sup>o</sup>	4.981 <sup>o</sup>	4.862 <sup>o</sup>
mar-02	5.712 <sup>o</sup>	5.455 <sup>o</sup>	5.491 <sup>o</sup>	5.238 <sup>o</sup>	5.197 <sup>o</sup>	5.067 <sup>o</sup>
mar-03	5.815 <sup>o</sup>	5.636 <sup>o</sup>	5.668 <sup>o</sup>	5.402 <sup>o</sup>	5.425 <sup>o</sup>	5.311 <sup>o</sup>
mar-04	5.877 <sup>o</sup>	5.590 <sup>o</sup>	5.624 <sup>o</sup>	5.601 <sup>o</sup>	5.454 <sup>o</sup>	5.365 <sup>o</sup>
mar-05	5.685 <sup>o</sup>	5.227 <sup>o</sup>	5.258 <sup>o</sup>	5.629 <sup>o</sup>	5.131 <sup>o</sup>	5.058 <sup>o</sup>
mar-06	5.199 <sup>o</sup>	4.717 <sup>o</sup>	4.741 <sup>o</sup>	5.209 <sup>o</sup>	4.623 <sup>o</sup>	4.555 <sup>o</sup>
<b>Tx.IRS - 40<sup>o</sup></b>						
mar-97	4.006 <sup>o</sup>	3.267 <sup>o</sup>	3.174 <sup>o</sup>	3.037 <sup>o</sup>	2.718 <sup>o</sup>	2.280 <sup>o</sup>
mar-98	4.629 <sup>o</sup>	3.764 <sup>o</sup>	3.729 <sup>o</sup>	3.713 <sup>o</sup>	3.422 <sup>o</sup>	3.330 <sup>o</sup>
mar-99	5.102 <sup>o</sup>	4.242 <sup>o</sup>	4.265 <sup>o</sup>	4.125 <sup>o</sup>	4.058 <sup>o</sup>	3.986 <sup>o</sup>
mar-00	5.253 <sup>o</sup>	4.545 <sup>o</sup>	4.586 <sup>o</sup>	4.421 <sup>o</sup>	4.357 <sup>o</sup>	4.249 <sup>o</sup>
mar-01	5.249 <sup>o</sup>	4.771 <sup>o</sup>	4.807 <sup>o</sup>	4.634 <sup>o</sup>	4.518 <sup>o</sup>	4.392 <sup>o</sup>
mar-02	5.260 <sup>o</sup>	4.997 <sup>o</sup>	5.024 <sup>o</sup>	4.784 <sup>o</sup>	4.719 <sup>o</sup>	4.597 <sup>o</sup>
mar-03	5.324 <sup>o</sup>	5.168 <sup>o</sup>	5.194 <sup>o</sup>	4.944 <sup>o</sup>	4.941 <sup>o</sup>	4.832 <sup>o</sup>
mar-04	5.329 <sup>o</sup>	5.130 <sup>o</sup>	5.159 <sup>o</sup>	5.128 <sup>o</sup>	4.982 <sup>o</sup>	4.889 <sup>o</sup>
mar-05	5.111 <sup>o</sup>	4.799 <sup>o</sup>	4.826 <sup>o</sup>	5.152 <sup>o</sup>	4.695 <sup>o</sup>	4.611 <sup>o</sup>
mar-06	4.663 <sup>o</sup>	4.332 <sup>o</sup>	4.353 <sup>o</sup>	4.767 <sup>o</sup>	4.231 <sup>o</sup>	4.154 <sup>o</sup>

Após a determinação das diferentes estimativas associadas à hipótese de segmentação e aos modelos de Hodges e Schaefer (1977) e de Schaefer (1981), poder-se-á proceder à comparação dos valores obtidos. Neste sentido, observe-se o seguinte quadro:

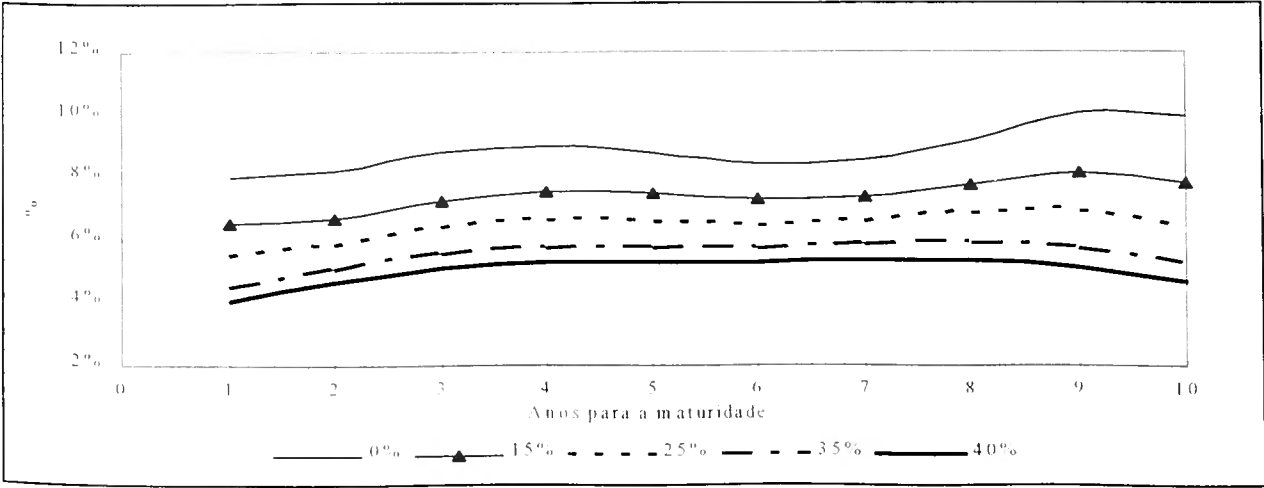
Quadro (15) - Comparação das diferentes estimativas obtidas em 25.3.96 \*

Vencimentos	H.Schaefer	Schaefer (1981)	Segmentação
mar-97	4,006 <sup>o</sup> %	4,006 <sup>o</sup> %	4,006 <sup>o</sup> %
mar-98	3,953 <sup>o</sup> %	4,629 <sup>o</sup> %	
mar-99	5,126 <sup>o</sup> %	5,102 <sup>o</sup> %	5,086 <sup>o</sup> %
mar-00	4,666 <sup>o</sup> %	5,253 <sup>o</sup> %	
mar-01	5,289 <sup>o</sup> %	5,249 <sup>o</sup> %	5,239 <sup>o</sup> %
mar-02		5,260 <sup>o</sup> %	
mar-03		5,324 <sup>o</sup> %	
mar-04	5,397 <sup>o</sup> %	5,329 <sup>o</sup> %	5,404 <sup>o</sup> %
mar-05	5,162 <sup>o</sup> %	5,111 <sup>o</sup> %	
mar-06	5,730 <sup>o</sup> %	4,663 <sup>o</sup> %	5,708 <sup>o</sup> %

\* Valores para taxa de IRS de 40<sup>o</sup> %.

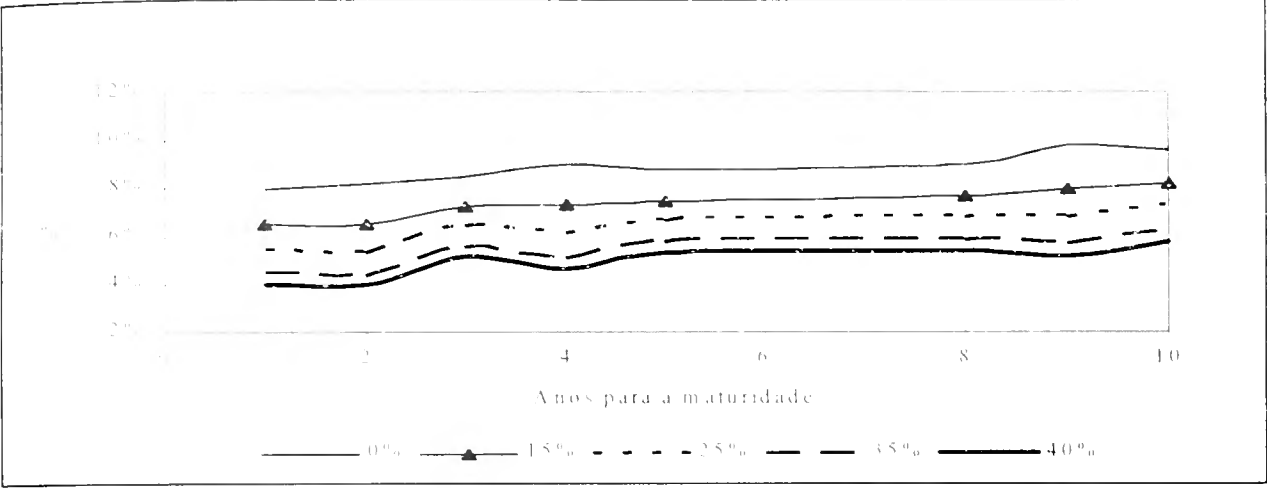
A análise das diferentes estimativas sugere que, apesar das limitações do modelo de Hodges e Schaefer, os valores gerados por este para as taxas à vista não diferem substancialmente das estimativas obtidas pelo procedimento associado à “segmentação”. No entanto, para os períodos intermédios as taxas à vista revelam-se enviesadas pela justificação anteriormente apresentada. Relativamente às estimativas do modelo de Schaefer, estas aproximam-se igualmente dos valores obtidos via “segmentação”, com excepção da maturidade a 10 anos. Este resultado resulta de o modelo de Schaefer não incorporar na carteira óptima a obrigação (9). Em termos gráficos, podem observar-se estas mesmas conclusões. Os polinómios de Bernstein geram estimativas bastantes suavizadas, facto que se reflecte na curva de rendimentos do modelo de Schaefer (figura (11)).

Figura (11) - Curvas de Rendimento segundo Schaefer (1981) - 25.03.96.



Em contraposição, as estimativas do modelo de Hodges e Schaefer configuram curvas de rendimentos pouco suavizadas, em especial para os investidores sujeitos a maiores níveis de tributação (figura (12)).

Figura (12) - Curvas de Rendimento segundo Hodges e Schaefer (1977) - 25.03.96.



Naturalmente, o efeito final associado à existência de diferentes clientelas traduz-se na consideração de diferentes *bid's*, entre os investidores, para o mesmo título.

Na terceira fase do presente estudo, procedeu-se ao cálculo das respectivas taxas efectivas de imposto, para os investidores sujeitos a tributação, em função das taxas de rendibilidade obtidas para os investidores isentos, ou seja:

$$R_{00^*j}(1-\tau_i) = R_{ij}, \text{ com } i=15\%, 25\%, 35\% \text{ e } 40\%, \\ j=1,...,T,$$

em que  $R_{ij}$  representa a taxa à vista, para uma dada maturidade  $j$ , do investidor sujeito à taxa normal de tributação  $i$  e  $\tau_i$  a sua taxa de tributação efectiva. Para cada data da amostra considerada, determinou-se a taxa efectiva média para o conjunto das diferentes maturidades.

Quadro (16) - Evolução das taxas efectivas de imposto - Schaefer (1981)

T.IRS	15%	25%	35%	40%
25-mar-96	16.894%	27.635%	38.051%	43.492%
23-abr-96	18.147%	29.490%	40.509%	45.950%
23-mai-96	18.383%	29.899%	41.070%	46.591%
24-jun-96	18.045%	29.593%	41.104%	46.846%
23-jul-96	19.167%	31.192%	43.013%	48.915%
23-ago-96	20.016%	32.561%	44.601%	50.595%
(1) Média	18.442%	30.062%	41.391%	47.065%

Quadro (17) - Evolução das taxas efectivas de imposto - Segmentação\*

T.IRS	15%	25%	35%	40%
25-mar-96	17.119%	28.499%	38.919%	43.923%
23-abr-96	18.618%	28.372%	38.146%	43.551%
23-mai-96	18.909%	29.614%	38.612%	44.066%
24-jun-96	19.475%	30.528%	39.900%	45.460%
23-jul-96	18.990%	30.180%	40.966%	46.630%
23-ago-96	20.746%	30.626%	42.139%	47.866%
(2) Média	18.976%	29.637%	39.781%	45.249%

\* Com base nas escolhas geradas pelo modelo de Hodges e Schaefer (1977).

Quadro (18) - Diferencial entre taxas efectivas médias

T.IRS	15%	25%	35%	40%
Schaefer	18.442%	30.062%	41.391%	47.065%
Segmentação	18.976%	29.637%	39.781%	45.249%
(1) - (2)	-0.534%	0.425%	1.611%	1.816%

Os valores obtidos para a taxa efectiva média diferem em função do modelo considerado (quadros (16) e (17)), no entanto, permitem concluir que esta se situa num nível manifestamente superior à respectiva taxa normal de tributação, para cada intervalo de tributação. Paralelamente, pode ainda afirmar-se que as taxas efectivas de tributação se fixam, pelo menos, nos valores de 18.4%, 29.6%, 39.7% e 45.2% para os agentes que defrontem, respectivamente, como taxas normais de tributação as de 15%, 25%, 35% e 40%.

Por último, procedeu-se à estimação econométrica da equação sugerida para a taxa à vista por Nelson e Siegel (1987). No entanto, a aplicação deste método encontra sérias limitações para o mercado português de dívida pública. A inexistência de um leque suficientemente vasto de títulos, com diferentes maturidades e cupões, restringe as opções de escolha à disposição dos investidores. Deste facto, decorre a impossibilidade de obter um número alargado de observações diárias que garantam a qualidade das estimativas finais. Este mesmo problema tende a agravar-se com a concentração das escolhas dos investidores, sujeitos a tributação, em determinados títulos. A consideração de todos estes factores justifica que apenas se estime a equação sugerida por Nelson e Siegel para os investidores isentos de tributação. Como observações escolheram-se os valores obtidos pelo procedimento de “segmentação” para o dia 24 de Abril de 1996 e as taxas de depósito formadas nesse dia para o *overnight*, 1 mês, 3 meses e 6 meses. A escolha dos dados associados ao dia 24 de Abril apenas se deve ao facto destes assegurarem um comportamento monótono crescente para os prazos superiores a 1 ano. Os valores obtidos para os parâmetros da equação foram calculados através dos métodos da máxima verosimilhança e dos mínimos quadrados não linear, com resultados muito

aproximados (ver Anexo 3), garantindo-se estimativas consistentes à heteroscedasticidade pela especificação da matriz de White como a matriz de covariância dos parâmetros (White, 1982). Numa primeira fase, a equação foi estimada sem qualquer restrição sob o valor dos parâmetros, tendo-se obtido, por ambos os métodos, as seguintes estimativas:

$$s(t,b) \equiv 10.0115 + (-2.75877-3.29699) \left[ \frac{1 - \exp(-t / 1.48475)}{(t / 1.48475)} \right] - 3.29699 \exp(-t / 1.48475).$$

(19.8951)    (-4.92989)

(-3.91420)    (2.33772)

*Estatísticas t dentro dos parêntesis de mínimos quadrados*

A convergência do processo de estimação ocorreu, no máximo, após 6 iterações, não tendo a Durbin-Watson revelado a existência de autocorrelação de 1ª ordem, a um nível de significância de 1%. Numa segunda etapa, condicionou-se os resultados da estimação pela imposição da restrição  $\beta_0 + \beta_1 = 7.42$ . Esta restrição resulta de  $f(0,b) = s(0,b) = \beta_0 + \beta_1$ , garantindo-se deste modo que, quando a maturidade se aproxima de zero, o valor gerado pela equação se aproxime da taxa do *overnight* formada nesse dia. O processo de optimização condicionada por mínimos quadrados sugeriu os seguintes valores para os parâmetros:

$$s(t,b) \equiv 9.81823 + (-2.39823-3.96020) \left[ \frac{1 - \exp(-t / 1.14676)}{(t / 1.14676)} \right] - 3.96020 \exp(-t / 1.14676).$$

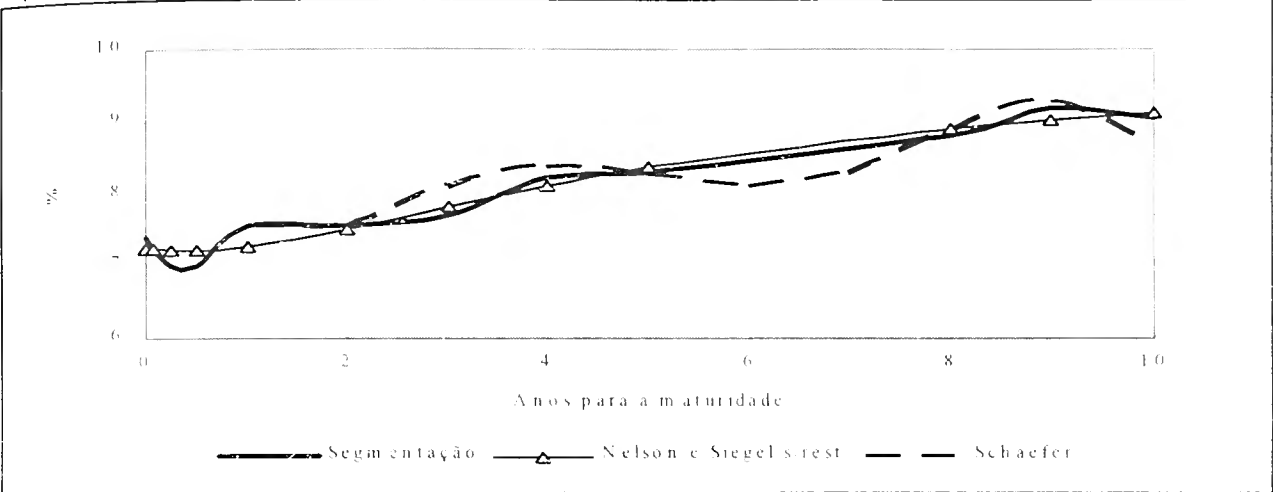
(-7.36792)

(-6.88665)    (3.90432)

*Estatísticas t dentro dos parêntesis de mínimos quadrados*

A convergência do processo de estimação ocorreu após 5 iterações, não tendo igualmente a Durbin-Watson revelado qualquer sinal de autocorrelação de 1ª ordem, a um nível de significância de 1%. Como último ponto, importa comparar os diferentes valores gerados pelos métodos propostos para o dia 24 de Abril de 1996, para um investidor isento de tributação. A figura (13) procura responder a esta questão.

Figura (13) - Comparação das diferentes estimativas obtidas em 23.4.96\*



\*- As estimativas obtidas pelo modelo de Schaefer apenas contemplam prazos superiores a 1 ano.

As estimativas geradas pela equação de Nelson e Siegel aproximam-se bastante dos valores associados ao procedimento de “segmentação”. No entanto, denota-se algum desfasamento dos valores gerados para os prazos mais curtos. Em contrapartida, o modelo de Schaefer ajusta-se razoavelmente no curto prazo, revelando algum desfasamento, em especial, para os prazos de 6 e 7 anos. Este facto resulta de, na sequência de não se possuírem dados para estas maturidades, o próprio modelo complementar as maturidades em falta pela aproximação ao andamento de um polinómio de Bernstein. Como conclusão pode afirmar-se que as estimativas geradas pelo modelo de Schaefer e pela equação de Nelson e Siegel tendem a aproximar-se em mercados incompletos. Para mercados completos, ou muito pouco incompletos, torna-se impossível estimar a equação de Nelson e Siegel, para os diferentes níveis de tributação, pelo número de observações que esta exige. Neste cenário, a alternativa passa pela utilização do modelo sugerido por Schaefer, o que justifica a adopção deste para o mercado português de dívida pública.

A inclusão da hipótese de um mercado de *strips* revelou-se incompatível de testar, uma vez que os preços formados, durante o período da amostra, se fixaram em valores muito próximos ao do par.

## **Bibliografia**

- (1) - Andersen, A. (1993), O Factor Fiscal no Mercado de Capitais, *Relatório para a 2ª Conferência da APDMC*.
- (2) - Atkinson, A.B. e Stiglitz J.E. (1980), *Lectures on Public Economics*, McGraw-Hill.
- (3) - Bank of England, (1995), *Plans for the Official Gilt Strips Facility: A paper by the Bank of England*.
- (4) - Black, F. (1972), Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing, *Journal of Finance*, July, pp. 444-455.
- (5) - Black, F. e Scholes, M.S. (1973), The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy*, May/June, pp. 637-654.
- (6) - Black, F. e Scholes, M.S. (1974), The Effects of Dividend Yield and Dividend Policy on Common Stock Prices and Returns, *Journal of Financial Economics*, May, pp. 1-22.
- (7) - Brennan, M.J. (1970), Taxes, Market Valuation and Corporate Financial Policy, *National Tax Journal*, nº. 23 (December), pp. 417-422.
- (8) - Brennan, M.J. e Schwartz, E.S. (1978), Corporate Income Taxes, Valuation, and the Problem of Optimal Capital Structure, *Journal of Business*, Volume 51 nº 1, pp. 103-114.
- (9) - Catroga, E. (1995), *Política Económica: 22 Meses No Ministério das Finanças*, Ministério das Finanças.
- (10) - Cox, J.C., Ingersoll, J.E. e Ross, S.A. (1985), A Theory of the Term Structure of Interest Rates, *Econometrica*, 53, pp. 385-407.
- (11) - Dahlquist, M. e Svensson, L.E.O. (1996), Estimating the Term Structure of Interest Rates for Monetary Policy Analysis, *Scandinavian Journal of Economics*, Volume 98, nº2, pp.163-183.
- (12) - DeAngelo, H. e Masulis, R.W. (1980), Optimal Capital Structure Under Corporate And Personal Taxation, *Journal of Financial Economics*, Volume 8, pp. 3-29.
- (13) - Elton, E.J e Gruber, M.J. (1978), Taxes and Portofolio Composition, *Journal of Financial Economics*, volume 6, pp. 399-410.
- (14) - Elton, E.J. e Gruber, M. J. (1970), Marginal Stockholder Tax Rates and The Clientele Effect, *Review of Economics and Statistics*, nº 52, pp. 68-74.
- (15) - Elton, E.J. e Gruber, M. J. (1987), *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, J. Wiley Sons.
- (16) - Fama, E. e Miller, M.H. (1972), *The Theory of Finance*, Dryden Press, Illinois.
- (17) - Gordon, M.J. (1982), Leverage and the Value of a Firm Under a Pogressive Personal Income Tax, *Journal of Banking and Finance*, Volume 6, pp. 483-493.
- (18) - Gordon, M.J. (1984), Leverage and the Value of a Firm Under a Progressive Personal Income Tax: Reply, *Journal of Banking and Finance*, Volume 8, pp. 495-497.
- (19) - Gordon, M.J. (1989), Corporate Finance Under the MM Theorems, *Financial Management*, Summer.
- (20) - Gough, L. (1995), *The Investor's Guide to Offshore Investment*, Pitman Publishing.
- (21) - Green, R.C. (1993), A Simple Model of the Taxable and Tax-Exempt Yield Curves, *The Review of Financial Studies*, Volume 6 nº2.
- (22) - Hodges, S.D. e Schaefer, S.M. (1977), A Model for Bond Portfolio Improvement, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, June, pp. 243-260.
- (23) - Jaffe, J.F. e Westerfield, R. (1984), Leverage and the Value of a Firm Under a Progressive Personal Income Tax: A Correction and Extension, *Journal of Banking and Finance*, Volume 8, pp. 491-494.
- (24) - Jensen, M. (1979), Tests of Capital Market Theory and Implications of the Evidence, *Handbook of Financial Economics*, North-Holland.
- (25) - Jensen, M. e Meckling, W. (1976), Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure, *Journal of Financial Economics*, October, pp. 305-360.
- (26) - Litzenberger, R.H. e Ramaswamy, K. (1979), The Effect of Personal Taxes and Dividends on Capital Asset Prices, *Journal of Financial Economics*, Volume 7, pp. 163-195.
- (27) - Long, J.B. (1977), Efficient Portfolio Choice with Differential Taxation or Dividends and Capital Gains, *Journal of Financial Economics*, Volume 5, pp. 25-53.
- (28) - Longstaff, F.A. e Schwartz, E.S. (1992), Interest Rate Volatility and the Term Structure: A Two-Factor General Equilibrium Model, *Journal of Finance*, 47 pp. 1259-1282.
- (29) - Markowitz, H. (1952), Portfolio Selection, *Journal of Finance*, March, pp. 77-91.



- (30) - McCulloch, J.H. (1971), Measuring the Term Structure of Interest Rates, *Journal of Business*, XLIV (January), (131).
- (31) - McCulloch, J.H. (1975), The Tax-Adjusted Yield Curve, *Journal of Finance*, Vol. XXX, nº 3 (June), 811-830.
- (32) - McHattie, A. (1996), *The Investor's Guide to Warrants*, Pitman Publishing.
- (33) - Miller, M.H. (1977), Debt and Taxes, *Journal of Finance*, Vol. XXXII No. 2, May, pp. 261-275.
- (34) - Miller, M.H. e Modigliani, F. (1958), The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment, *American Economic Review*, June, pp. 261-297.
- (35) - Miller, M.H. e Modigliani, F. (1961), Dividend Policy, Growth, and the Valuation of Shares, *Journal of Business*, October, pp. 411-433.
- (36) - Miller, M.H. e Modigliani, F. (1963), Corporation Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction, *American Economic Review*, June, pp. 433-443.
- (37) - Miller, M.H. e Scholes, M.S. (1978), Dividends and Taxes, *Journal of Financial Economics*, Volume 6, pp. 333-364.
- (38) - Miller, M.H. e Scholes, M.S. (1982), Dividends and Taxes: some empirical evidence, *Journal of Political Economy*, Volume 90 nº6.
- (39) - Modigliani, F. (1982), Debt, Dividend Policy, Taxes, Inflation and Market Valuation", *Journal of Finance*, May, pp. 333-364.
- (40) - Nelson, C.R. e Siegel, A.F. (1987), Parsimonious modeling of yield curves, *Journal of Business*, nº 60, pp. 473-489.
- (41) - Pettit, R.R. (1977), Taxes, Transactions Costs and the Clientele Effect of Dividends, *Journal of Financial Economics*, Volume 5 (December), pp. 419-436.
- (42) - Poirier, D.J. (1973), Piecewise Regression using Cubic Splines, *Journal of the American Statistical Association*, 68 (September), no. 343, Applications section, 515-524.
- (43) - Poterba, J.M. (1989), Tax Reform and the Market for Tax-Exempt Debt, *NBER Working Paper*, No. 514, February.
- (44) - Poterba, J.M. e Feenberg, D.R. (1991), Which Households Own Municipal Bonds? Evidence From Tax Returns, *NBER Working Paper*, No. 588, September.
- (45) - Pye, G. (1969), On the Tax Structure of Interest Rates, *Quarterly Journal of Economics*, 83 (November), 563-579.
- (46) - Rosenberg, B. e Marathe, V. (1978), Test of Capital Asset Pricing Hypotheses, *Journal of Finance Research*.
- (47) - Ross, S.A. (1977), The Capital Asset Pricing Model (CAPM), Short-Sale Restrictions and Related Issues, *The Journal of Finance*, Volume XXXII, nº 1, March, pp. 177-183.
- (48) - Ross, S.A. (1985), Debt and Taxes and Uncertainty, *The Journal of Finance*, Volume LX, nº 3, July, pp. 637-656.
- (49) - Rubinstein, M.E. (1973), A Comparative statics Analysis of Risk Premiums, *Journal of Business*, nº 46.
- (50) - Rubinstein, M.E. (1973), A Mean-Variance Synthesis of Corporate Financial Theory, *Journal of Finance*, March, pp. 167-181.
- (51) - Santos, A. (1991), A Consagração da Moderna Teoria Financeira, *Revista de Economia*.
- (52) - Schaefer, S.M. (1981), Measuring a Tax-Specific Term Structure of Interest Rates in the Market For British Government Securities, *The Economic Journal*, 91(June), pp. 415-438.
- (53) - Schaefer, S.M. (1982), Tax-Induced Clientele Effects in the Market for British Government Securities, *Journal of Financial Economics*, 10, 121-159.
- (54) - Sharpe, W.F. (1964), Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk, *Journal of Finance*, Setembro, pp. 388-405.
- (55) - Sousa, A. e Coutinho, L.A. (1990), Tributação de Dividendos (Efeitos Perversos), *UNL Working Paper*, No. 144, Janeiro.
- (56) - Stapleton, R.C. e Subrahmanyam, M.G. (1977), Market Imperfections, Capital Market Equilibrium and Corporation Finance, *Journal of Finance*, Vol. XXXII, No. 2, May, pp. 307-319.
- (57) - Stiglitz, J.E. (1988), *Economics of the Public Sector*, W.W. Norton & Company.
- (58) - Stiglitz, J.E. (1986), The General Theory of Tax Avoidance, *NBER Working Paper*, No. 1868, March.
- (59) - Weston, J.F. (1989), What MM Have Wrought, *Financial Management*, Summer.

*Anexo 1 - O quadro fiscal português no contexto comunitário e possibilidades de arbitragem fiscal*

### *A.1.1 Quadro fiscal português<sup>30</sup>*

A caracterização do actual quadro fiscal português em matéria de tributação sobre o rendimento, de acordo com os diferentes agentes interventores no mercado e alternativas de investimento mobiliário, torna-se um elemento imprescindível para complementar e justificar alguns procedimentos adoptados ao longo do presente estudo.

#### *Tributação sobre os Dividendos e Mais-Valias em Acções*

Os dividendos distribuídos por uma sociedade anónima, com sede ou direcção efectiva em território português, a uma pessoa singular ou colectiva residente encontram-se sujeitos a uma taxa de retenção na fonte de 25%, sendo tributados para as pessoas colectivas à taxa final de 36%<sup>31</sup>. Para as pessoas singulares, esta taxa assume uma natureza liberatória apresentando-se como a tributação final aos referidos rendimentos, excepto na hipótese em que o agente opte pelo seu englobamento. Nesta situação o montante retido assume o carácter de pagamento por conta do imposto devido a final, à taxa máxima de 40%. Igual regime fiscal incide sobre os dividendos distribuídos a entidades não-residentes, singulares ou colectivas, sendo tributados por retenção na fonte a título definitivo à taxa de 25%, excepto quando seja feita prova de que estes não controlam directa ou indirectamente a entidade geradora do dividendo. Paralelamente, sobre a distribuição de dividendos de sociedades anónimas portuguesas incide ainda o Imposto sobre Sucessões e Doações à taxa de 5%, independentemente da natureza e proveniência do recipiente. Os dividendos obtidos, por pessoas singulares ou colectivas residentes em Portugal, de fonte estrangeira encontram-se sujeitos a imposto, mediante englobamento, em termos gerais.

No intuito de atenuar os efeitos da dupla tributação, estabelece-se um crédito de imposto correspondente a 60% do imposto sobre o rendimento suportado pela empresa participada para os titulares sujeitos a IRS, que tenham optado pelo englobamento dos dividendos, e para os titulares sujeitos a IRC. No entanto, para as pessoas colectivas residentes, se a participação corresponder a pelo menos 25% do capital da sociedade

---

<sup>30</sup> Ver Anexo 2.

<sup>31</sup> Acrescida de Derrama à taxa máxima de 10% (calculada sobre o IRC, ou seja 3,6%), dependendo da localização da entidade.

participada e for detida há pelo menos dois anos, ou desde a sua constituição, é dedutível, ao rendimento da sociedade participante, uma importância correspondente a 95% dos dividendos recebidos. No âmbito dos acordos de dupla tributação estabelecidos por Portugal com vários países, para pessoas singulares e colectivas residentes nestes, a taxa de retenção na fonte sobre os dividendos poderá ser reduzida mediante o reembolso do imposto português pago em excesso por referência à taxa normal.

As mais-valias obtidas na alienação de acções detidas por um período inferior a doze meses encontram-se sujeitas a IRS, à taxa liberatória de 10%, independentemente de serem auferidas por pessoas singulares residentes ou não-residentes no território nacional. Em todas as outras situações, as mais-valias obtidas encontram-se isentas do pagamento de qualquer imposto. Para as pessoas singulares residentes que optem pelo englobamento das mais-valias, a taxa aplicável será a que corresponder ao rendimento apurado em termos fiscais. À semelhança do que sucede com os dividendos, também a taxa de retenção aplicável sobre as mais-valias obtidas por pessoas singulares não-residentes é susceptível de ser atenuada, ou mesmo eliminada, na sequência dos acordos de dupla tributação estabelecidos por Portugal.

As mais-valias obtidas por pessoas colectivas residentes em território nacional são tributadas à taxa normal de IRC. No entanto, as mesmas poderão ser excluídas de tributação em sede deste imposto, desde que, o correspondente valor de realização seja reinvestido, total ou parcialmente, até ao fim do terceiro exercício seguinte ao da realização, na aquisição, fabricação ou construção de elementos do activo imobilizado corpóreo, na aquisição de quotas ou acções de sociedades comerciais ou civis com sede ou direcção efectiva em território português ou ainda em títulos do Estado Português<sup>32</sup>. Por último, importa referir que para as pessoas colectivas, não-residentes em território nacional, as mais-valias encontram-se isentas de tributação de IRC.

### *Tributação sobre os Juros e Mais-Valias Obtidas em Obrigações*

O conceito de rendimento de obrigações abrange igualmente os juros contáveis desde a data do último vencimento, ou emissão, até à data em que ocorra a transmissão dos respectivos títulos. Neste sentido, os rendimentos de obrigações auferidos por

---

<sup>32</sup> Estes deverão permanecer na titularidade do adquirente até ao fim do segundo período de tributação posterior ao da sua aquisição.

peças singulares residentes em Portugal são tributados à taxa liberatória de 20%, excepto no caso em que se tenha optado pelo seu englobamento, sendo tributados a uma taxa final entre 0 e 40%. Para as peças singulares não-residentes, os rendimentos auferidos de obrigações encontram-se sujeitos a retenção na fonte à taxa definitiva de 20%. No entanto, e à semelhança do que acontece com os dividendos, esta mesma taxa poderá ser substancialmente menor para os residentes em países com os quais Portugal tenha estabelecidos acordos de dupla tributação.

Idêntico regime fiscal é aplicável aos rendimentos auferidos por peças colectivas residentes, os quais são tributados à taxa final de 36%, e não-residentes.

Os rendimentos gerados pelos títulos de dívida pública e auferidos por não-residentes encontram-se isentos da obrigação de retenção na fonte relativa a IRC e IRS, na sequência do Decreto-Lei n.º 88/94, de 2 de Abril. Contudo, esta cláusula de isenção não é aplicável às entidades residentes em países cujo o regime de tributação seja substancialmente mais favorável do que o português (Portaria 377-B/94, de 15 de Junho), aplicando-se-lhe o regime geral anteriormente apresentado.

Para efeitos fiscais, é considerada mais ou menos-valia na alienação de obrigações, a diferença entre o valor realizado nos títulos e o valor de aquisição destes, líquido dos juros contáveis desde a data do último vencimento ou da primeira emissão, colocação ou endosso, na hipótese de não ter ocorrido o vencimento até à data da transmissão. As mais-valias de obrigações obtidas por peças singulares, residentes e não-residentes, e por peças colectivas não residentes encontram-se excluídas de tributação em IRS e IRC, respectivamente. Relativamente às mais-valias obtidas por peças colectivas residentes em território nacional, estas encontram-se isentas de qualquer retenção na fonte, sendo tributadas à taxa normal de IRC. No entanto, é igualmente válido um regime de excepção, sobre a tributação em sede de IRC, idêntico ao definido para as mais-valias obtidas em acções, apresentado anteriormente.

#### *Tributação sobre os Rendimentos e Mais-Valias Obtidas em Unidades de Participação*

Os rendimentos auferidos pelos participantes nos fundos de investimento nacionais, mobiliários e imobiliários, incluindo os resultantes da valorização das unidades de participação, não se encontram sujeitos a retenção na fonte, usufruindo

deste regime de isenção os rendimentos obtidos, fora do âmbito de uma actividade comercial, industrial ou agrícola, pelas pessoas singulares residentes. Os não-residentes em território nacional, desde que não possuam estabelecimento estável nele situado a quem possam ser imputados os rendimentos, quer sejam pessoas singulares ou colectivas, beneficiam igualmente deste regime de isenção, independentemente do âmbito da sua actividade. Tratando-se de pessoas colectivas ou de pessoas singulares, associadas ao exercício de uma actividade comercial, industrial ou agrícola (incluindo não-residentes estabelecidos no território nacional), os rendimentos obtidos por estes encontram-se sujeitos a uma taxa de retenção de 20%. No entanto, para as pessoas colectivas, o montante de imposto retido na fonte tem a natureza de um pagamento por conta de IRC, sendo esse valor deduzido à colecta do IRC devido por tais titulares. Paralelamente, a taxa final de tributação aplicada sobre os rendimentos de unidades de participação auferidos por pessoas colectivas assume o valor de 20% ou 36%, dependendo, igualmente, do âmbito da actividade exercida. Para as pessoas singulares residentes que tenham optado pelo englobamento dos rendimentos recebidos de unidades de participação na matéria colectável sujeita a IRS, os montantes retidos na fonte assumem o carácter de um pagamento por conta do imposto devido a final, a uma taxa entre 0 e 40%. No caso desta opção, estabelece-se ainda um crédito de imposto, calculado proporcionalmente à parte do rendimento líquido total do fundo que, na média dos últimos 3 exercícios anteriores à distribuição, é constituída por rendimentos que dão o direito àquele crédito.

As mais-valias obtidas na alienação de unidades de participação encontram-se isentas de tributação para os não-residentes, sendo tributadas às taxas normais de IRC e de IRS, respectivamente, para as pessoas colectivas e singulares residentes em território nacional, encontrando-se estas últimas, após 1994, sujeitas a uma retenção na fonte à taxa de 10%.

### ***A.1.2 Quadro fiscal comunitário***

No actual contexto comunitário, onde se verifica uma total ausência de restrições aos movimentos de capital, as diferenças em termos do tratamento fiscal dos rendimentos associados aos juros entre países incentivam os fluxos de transferência de capital para os Estados que apresentem maiores rendibilidades depois de impostos. Na sequência da isenção de tributação sobre os juros para os não residentes, válida em alguns países, os activos financeiros tendem a deslocar-se, essencialmente, pela tentativa de evitar o pagamento de impostos sobre eles associados. Este facto gera uma distorção ao nível da afectação do capital, com a consequente perda de eficiência, não compatível com o objectivo da criação de um único mercado de capitais europeu. Paralelamente, esta distorção implica ainda uma subida do custo relativo do trabalho face ao capital, depois de impostos, gerando uma sobreutilização do factor capital em detrimento do factor trabalho e o consequente reflexo sobre os níveis de desemprego. Este mesmo facto tende a ser agravado pela pouca mobilidade apresentada pelo factor trabalho, eliminando-se deste modo uma das alternativas ao processo de ajustamento resultante da assimetria do regime fiscal europeu.

No intuito de minimizar estes efeitos, a Comissão Europeia propôs, em 1989, aos Estados membros, o estabelecimento de um valor mínimo de 15% para a taxa de retenção na fonte incidente sobre os rendimentos de juros. Esta taxa seria aplicada sobre os não residentes no país em que o capital era investido, mas de proveniência comunitária. Cada Estado membro continuaria livre de decidir sobre a tributação aplicável sobre os seus residentes. Na sequência da sua rejeição em 1989, esta proposta foi posteriormente reapresentada em 1993 e 1994 durante as presidências Belga e Germânica, respectivamente, não tendo existido um consenso sobre esta matéria. A maioria dos Estados membros receou que esta medida gerasse uma fuga maciça de capitais do espaço europeu, em especial, para países detentores de economias fortes e sistemas financeiros desenvolvidos, dos quais se destaca a Suíça. O quadro (A.1) caracteriza, de forma sucinta, o ambiente fiscal comunitário em termos da obrigatoriedade de retenção na fonte, em vigor no primeiro semestre de 1996:

Quadro (A.1) - Taxas de retenção na fonte em vigor no espaço comunitário.

País	Taxas de Retenção			
	Residentes		Não Residentes	
	Dividendos	Juros de Obrigações	Dividendos	Juros de Obrigações
Bélgica	25%	15%	25%	15%
Dinamarca	25%	0%	25%	0%
Alemanha	25%	30%	25%	0%
Espanha	25%	25%	25%	25%
França	0%	0%	25%	0%
Grécia	0%	20%	0%	40%
Irlanda	ACT	ACT	0%	0%
Itália	32.4%	12.5%	32.4%	12.5%
Luxemburgo	25%	25%	0%	0%
Holanda	25%	0%	25%	0%
Portugal	25%	20%	25%	20%
Reino Unido	ACT	20%	ACT	20%

\*Taxas estabelecidas no regime geral.

Fonte: JP Morgan e Bloomberg.

Para complementar este ponto é apresentado a seguir um pequeno resumo dos regimes fiscais em vigor no Luxemburgo e no Reino Unido e ainda das oportunidades de arbitragem fiscal no espaço europeu geradas pelo recurso aos *veículos especiais de financiamento*. Se a escolha do Luxemburgo não oferece qualquer dúvida, pelo carácter de paraíso fiscal de que este beneficia, o mesmo já não sucede com o Reino Unido. No entanto, a dimensão e a liquidez apresentada pelo mercado britânico, face aos seus congéneres europeus, evidencia também algumas possibilidades de arbitragem fiscal, facto que justifica esta escolha.

A.1.2.1 Luxemburgo

Tributação sobre os Dividendos e Mais-Valias em Acções

No Luxemburgo, as pessoas singulares residentes são tributadas pelo rendimento auferido em termos globais, ao longo do respectivo ano fiscal. Sobre os dividendos distribuídos, por sociedades residentes ou não residentes, incide uma taxa de retenção na fonte de 25% (*Kapitalertragsteuer*), sendo englobados no rendimento tributável das pessoas singulares e tributados às taxas gerais. Esta retenção assume a natureza de pagamento por conta do imposto devido a final, pelas pessoas singulares residentes. Relativamente a não-residentes, a retenção na fonte efectuada sobre os dividendos que lhe sejam pagos assume um carácter definitivo. No entanto, e de acordo com o artigo



166 do código do Imposto sobre o Rendimento, os dividendos colocados à disposição por sociedades *holding* e fundos de investimento, encontram-se isentos de retenção na fonte.

Relativamente às mais-valias auferidas por pessoas singulares na alienação de acções, estas não se encontram, de um modo geral, sujeitas a tributação, excepto nos seguintes casos: as acções pertencerem a empresas cujo o objecto de actividade se encontre afecto aos sectores comercial ou industrial; as mais-valias resultantes de transacções com carácter especulativo que excedam, no total, LF 10.000; e por último, as mais-valias resultantes da alienação de acções de uma sociedade na qual o accionista detenha, ou tenha detido durante os últimos cinco anos, uma participação superior a 25% do capital social. Em todas as situações descritas anteriormente, as mais-valias serão englobadas no rendimento e posteriormente tributadas pela taxa aplicável ao agente, com excepção da última situação, na qual a mais-valia será ainda actualizada pela aplicação de coeficientes de correcção monetária aplicáveis ao custo de aquisição das acções.

Os dividendos auferidos por pessoas colectivas encontram-se também sujeitos a uma taxa de retenção na fonte de 25%, funcionando o montante retido como um pagamento por conta do imposto sobre o rendimento devido a final. No entanto, não haverá lugar a qualquer tipo de retenção na fonte sobre os dividendos pagos entre empresas residentes, quando uma delas possuir uma participação superior a 10% ou ter pago um valor superior a LF 50.000.000 pelas suas acções na outra. A taxa de tributação sobre o rendimento das pessoas colectivas varia entre os 20% e 33%, dependendo do nível de rendimento. Paralelamente existem ainda, uma sobretaxa de 4% para o fundo de desemprego, e um imposto local cujo o montante depende da própria autarquia, mas cujo o valor médio de tributação ronda os 9.1%. As empresas não-residentes encontram-se sujeitos a idêntico tratamento fiscal, com excepção dos dividendos distribuídos por filiais, com residência no Luxemburgo, às sociedades-mãe, com sede no espaço europeu, não havendo neste caso lugar a qualquer tipo de retenção.

As mais-valias obtidas por pessoas colectivas encontram-se isentas de tributação, desde que se verifiquem cumulativamente as seguintes condições: as mais-valias sejam da titularidade de uma sociedade sujeita a imposto sobre o rendimento no Luxemburgo; a sociedade detenha uma participação no capital social da sociedade participada não

inferior a 25% ou o preço de aquisição seja superior ou igual a LF 250.000.000; e por último, que as acções tenham estado na titularidade da sociedade durante um período superior a doze meses. Nos restantes casos, as mais-valias serão englobados no rendimento e tributadas pela respectiva taxa aplicável ao agente, não havendo lugar a qualquer retenção na fonte.

Importa também referir que, à retenção na fonte que tenha incidido, no estrangeiro, sobre os dividendos distribuídos pelas sociedades não-residentes, não é atribuído qualquer crédito de imposto.

#### *Tributação sobre os Juros e Mais-Valias Obtidas em Obrigações*

Os rendimentos associados aos cupões de obrigações, auferidos por pessoas singulares e colectivas, não se encontram sujeitos a qualquer cláusula de retenção na fonte, sendo incluídos no rendimento tributável para efeitos da determinação do imposto sobre o rendimento. No entanto, os rendimentos de obrigações, auferidos por pessoas singulares e colectivas, que possibilitem a participação nos resultados, por uma sociedade residente, encontram-se sujeitos a uma taxa de retenção de 25%, constituindo um pagamento por conta do imposto devido.

As mais-valias obtidas por pessoas singulares não estão, em princípio, sujeitas a imposto sobre o rendimento, com excepção das primeiras cláusulas, já referidas anteriormente, do regime de tributação sobre mais-valias realizadas a partir da alienação de acções. Em ambas as situações, as mais-valias serão tributadas à taxa de imposto aplicável ao rendimento do agente. Para as pessoas colectivas, as mais-valias serão incluídas no rendimento tributável e tributadas em termos gerais.

#### *O caso particular das Sociedades "Holding" e dos Fundos de Investimento*

Os fundos de investimento e as sociedades *holding*, no Luxemburgo, constituem uma forma eficiente, sob o ponto de vista fiscal, de aplicação de capital em títulos, imóveis e produtos derivados. Por este facto, importa proceder a um estudo mais aprofundado sobre estes tipos de sociedade.

A definição de *holding*, segundo as autoridades luxemburguesas, engloba todas as sociedades cujo objecto de actividade seja a detenção e a gestão das participações em outras empresas. Desta definição decorre que, a uma *holding* não são permitidas quaisquer actividades nas áreas dos serviços, comércio e indústria. Por participações considera-se a detenção de acções, obrigações e empréstimos de empresas nas quais a *holding* possua uma participação significativa e directa. No entanto, não existe legalmente uma definição clara do que se considera uma significativa participação, sendo esta analisada em função de factores como seja a importância estratégica que um determinado investimento representa para a *holding*. Neste sentido são permitidas a uma *holding* as seguintes actividades: a aquisição, posse e venda de acções e de obrigações<sup>33</sup> emitidas por empresas, Estados Soberanos e outros institutos públicos, de origem luxemburguesa ou estrangeira; a concessão de empréstimos<sup>34</sup> e a prestação de garantias a empresas onde a *holding* possua uma participação significativa e directa; e por fim, a detenção de patentes e de licenças de exploração. Não são permitidas quaisquer operações de refinanciamento ou cobrança de comissões e honorários, com excepção das cobradas sobre as garantias concedidas.

Uma empresa que apresente o estatuto legal de *holding*, no Luxemburgo, encontra-se isenta de todos impostos, com excepção dos encargos associados à subscrição, ou reforço, do seu capital social<sup>35</sup>, correspondendo a 1% do valor deste, e das suas acções (*Taxe d'abonnement*), que ascendem a 0.2% sobre o seu valor contabilístico. Para as sociedades que possuam as suas acções cotadas na Bolsa de Valores do Luxemburgo, a *Taxe d'abonnement* incidirá sobre a cotação de mercado.

Os fundos de investimento encontram-se, igualmente, isentos do pagamento do imposto sobre o rendimento, sendo os únicos encargos devidos, os relativos ao registo aquando da constituição do fundo, de LF 50.000, e ainda os encargos sobre a subscrição das unidades de participação, à taxa anual de 0.06% sobre o valor líquido do fundo. Em finais de 1994, esta taxa de subscrição foi reduzida para 0.03% apenas para os fundos mobiliários. Paralelamente, importa referenciar que, na sequência do seu estatuto legal específico, os fundos de investimento e das sociedades *holding* se encontram excluídas

---

<sup>33</sup> O montante total de obrigações em carteira não poderá exceder 10 vezes o valor da parcela do capital social que foi realizada pecuniariamente.

<sup>34</sup> Os créditos em carteira, incluindo empréstimos concedidos e garantias, mas excluindo obrigações, não poderão exceder 3 vezes o capital social da sociedade.

<sup>35</sup> O montante mínimo necessário para a constituição de uma sociedade "holding", no Luxemburgo, é de LF 1.250.000 ou o equivalente numa outra divisa.

de quaisquer benefícios resultantes de acordos de dupla-tributação estabelecidos pelo Luxemburgo.

Para os residentes, pessoas colectivas ou singulares, os rendimentos decorrentes de unidades de participação em fundos de investimento são englobados no rendimento tributável e tributadas em termos gerais. Relativamente às mais-valias obtidas na alienação de unidades de participação por residentes, estas encontram-se sujeitas a um regime idêntico ao que incide sobre as mais-valias decorrentes da alienação de acções.

#### ***A.1.2.2 Reino Unido***<sup>36</sup>

##### *Tributação sobre os Dividendos e Mais-Valias em Acções*

No Reino Unido, as pessoas singulares residentes são tributadas sobre o rendimento auferido, bem como pelas mais-valias realizadas na alienação de títulos, em termos mundiais, ao longo do respectivo ano fiscal. A taxa básica de imposto de rendimento sobre os dividendos é de 20%, no entanto, para maiores níveis de rendimento este valor poderá atingir os 40%. Os dividendos não estão sujeitos a qualquer cláusula de retenção na fonte. No entanto, sobre o valor dos dividendos, as empresas residentes são obrigadas a fazer um pagamento antecipado sobre os resultados do exercício seguinte. Este pagamento é conhecido como *Advance Corporation Tax* (ACT) correspondendo a uma taxa de 25% sobre o valor líquido do dividendo. Deste facto decorre que os dividendos distribuídos por uma empresa residente têm subjacente um crédito de imposto de 25%. O rendimento tributável do sujeito singular é então constituído pela soma dos dividendos recebidos e o crédito referido anteriormente. Se o indivíduo estiver sujeito a uma taxa de tributação superior à taxa do ACT, o imposto devido será dado pela diferença entre o crédito e esta taxa (o montante que resultar da aplicação da respectiva taxa de imposto sobre o total dos dividendos mais crédito). São também incluídos no rendimento tributável das pessoas singulares os dividendos ilíquidos de imposto provenientes do estrangeiro, sendo possível deduzir ao imposto britânico devido o imposto já pago no exterior. Este valor não poderá exceder o

---

<sup>36</sup> Para o Reino Unido, não se apresenta o regime fiscal das unidades de participação em fundos de investimento uma vez que os rendimentos obtidos destas são tributados em imposto sobre o rendimento em termos gerais, com excepção para os "unit trust".

montante de imposto devido, no Reino Unido, sobre os mesmos rendimentos. O tratamento fiscal estabelecido para os agentes singulares não-residentes consagra uma redução na taxa de retenção, que poderá ir até aos 100%, na sequência dos acordos firmados pelo Reino Unido no domínio da dupla tributação.

A taxa geral do imposto sobre o rendimento (o qual inclui também mais-valias realizadas ao longo do exercício) aplicada a uma pessoa colectiva é de 33%. No entanto, para as empresas cujo o volume de resultados seja inferior a 300.000 Libras esterlinas a taxa é de 25% para os anos terminados em 31 de Março de 1995 e de 1996, passando posteriormente a ser de 24%. A legislação inglesa contempla ainda regras de “anti-fragmentação”, no intuito de evitar a constituição, a partir de uma empresa, de várias outras empresas de forma a beneficiar de menores taxas de tributação. Tal como sucede no caso das pessoas singulares, os rendimentos obtidos por pessoas colectivas não-residentes serão alvo de um tratamento fiscal diferenciado, aplicando-se igual regime de benefícios. Apenas as empresas não-residentes que realizem a sua actividade através de uma agência ou empresa subsidiária no Reino Unido estarão sujeitas a imposto sobre o rendimento.

Em termos do *Advance Corporation Tax*, o montante máximo que uma empresa distribuidora de dividendos poderá abater ao imposto devido sobre os resultados gerados no decurso do próprio exercício não poderá exceder os 20%. Os montantes excedentários de imposto cobrados antecipadamente serão transferidos para os exercícios seguintes. Paralelamente, quando uma empresa receber dividendos de uma empresa participada (cuja a participação seja inferior a 50%), o montante de *Advance Corporation Tax* que tenha sido contabilizado na esfera da empresa distribuidora pode ser deduzido ao *Advance Corporation Tax* a contabilizar pela empresa receptora, relativamente às distribuições futuras de dividendos que venha a efectuar.

### *Tributação sobre os Juros e Mais-Valias Obtidas em Obrigações*

A taxa geral de retenção na fonte sobre os juros das obrigações passou de 25%, válida até 31 de Março de 1996, para 20%, equivalendo à taxa geral de tributação sobre o rendimento. No entanto, os juros pagos às instituições bancárias que operem no mercado inglês, os juros das aplicações com maturidade até 1 ano e os juros das

*Eurobonds* cotadas no Reino Unido, encontram-se sujeitas a uma menor taxa de retenção. Os rendimentos associados a juros, bem como a mais-valias geradas pela alienação das obrigações, são englobados no apuramento do total de imposto a pagar sobre o rendimento, quer para as pessoas singulares quer para as pessoas colectivas, sendo os montantes retidos dedutíveis ao montante total a pagar. O tratamento fiscal estabelecido para os não-residentes consagra uma redução na taxa de retenção, que poderá ir até aos 100%, sobre os juros pagos pelas obrigações com cupões em libras e pelas *Eurobonds*, na sequência dos acordos firmados pelo Reino Unido no domínio da dupla tributação.

A partir de 1 de Abril de 1996, no âmbito das reformas apresentadas no Orçamento para 1996, os juros começaram a ser tributados numa base de exercício, ou seja, os montantes passíveis de imposto passam a ser tributados pelo período em que são gerados, e não pelo período no qual são pagos. Quando uma emissão for lançada abaixo do par, em relação ao valor nominal, o montante do desconto será tratado fiscalmente como juro, sendo também tributado numa base de exercício. Alternativamente, o investidor poderá também estabelecer como valor base para o apuramento do imposto a cotação do título no mercado, sendo posteriormente tributado pelas alterações decorridas na cotação ao longo do ano. Estas novas alterações abrangem todos os títulos de dívida emitidos pelo Tesouro Britânico (com excepção das *gilts* indexadas) e por entidades privadas (excluindo-se as obrigações convertíveis ou cujo o valor de reembolso dependa da evolução de outros activos).

#### ***A.1.2.3 Veículos especiais de financiamento (VEF)***

A utilização deste tipo de estrutura legal apresenta, simultaneamente, vantagens do ponto de vista fiscal para os emitentes e para os investidores. Um veículo especial de financiamento corresponde a uma entidade criada com o único propósito de emitir um empréstimo obrigacionista. Na sequência deste estatuto, a entidade não poderá incorrer em nenhuma outra responsabilidade para além desse empréstimo. No entanto, esta entidade necessita de apresentar um activo como colateral, para responder face a uma eventual situação de incumprimento. Este ponto constitui um dos factores-chave deste tipo de estrutura, uma vez que a notação de *rating* do veículo especial de financiamento

irá depende da do colateral do empréstimo. Desta forma, ao usar como seu activo principal títulos de dívida interna de um Estado Europeu, que possua uma notação de *rating* de AAA, este veículo garante idêntica notação de *rating* para si e obtém uma vantagem associada ao menor *spread* estabelecido sobre o indexante da emissão. O registo legal deste tipo de estrutura de financiamento tende a centrar-se na Holanda e no Luxemburgo, na sequência dos baixos custos fiscais associados à criação deste tipo de sociedade nestes países. Paralelamente, o veículo estabelece ainda um contrato de compra com uma terceira entidade, de forma a garantir os títulos de dívida que lhe servem como colateral à sua emissão. A admissão à cotação do respectivo empréstimo é solicitada às bolsas de valores localizadas em países que não estabeleçam qualquer cláusula de retenção na fonte para não residentes sobre os juros e as mais-valias obtidas<sup>37</sup>. Este facto origina que, para um investidor português, os rendimentos recebidos sejam englobados no rendimento tributável e apenas tributados em termos gerais. A consequência desta oportunidade de arbitragem traduz-se numa distorção fiscal, e não numa fuga, correspondente ao valor dos juros associados a uma possível aplicação do montante susceptível de ficar retido na fonte, caso a admissão à cotação se efectuasse em Portugal.

Importa realçar o aspecto que se prende com o contrato de compra efectuado pelo veículo com uma terceira entidade. Esta terceira entidade, normalmente, assume a forma legal de um *trust*<sup>38</sup>, beneficiário de um regime tributário mais favorável e pertença da instituição financeira encarregue da montagem da operação. Deste facto decorre a importância de transferir os ganhos realizados na operação para a instituição detentor do regime fiscal mais favorável. Neste sentido, o *trust* ao vender os títulos ao veículo estabelece uma elevada mais-valia sobre a cotação destes. Em contrapartida, para o pagamento destes títulos, o veículo entrega o montante recebido na data de emissão (ver figura (A.1)) e estabelece-se um contrato de *swap* de taxa de juro com o *trust*, em que este último recebe os fluxos a taxa fixa, pagos pelos Estados Europeus, e paga os fluxos a taxa variável, para que o veículo pague os respectivos cupões aos investidores (ver figura (A.2)). Por este processo, elimina-se qualquer tributação no país

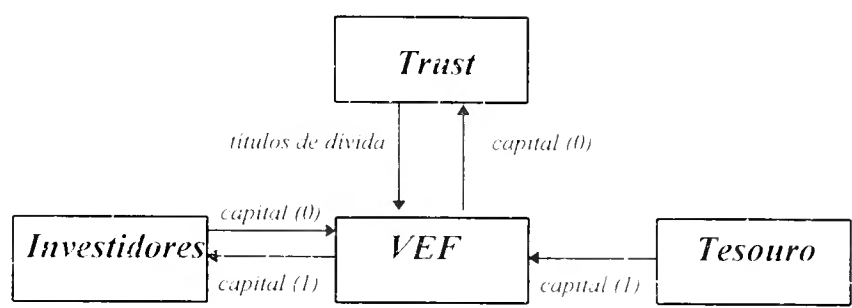
---

<sup>37</sup> Nomeadamente Luxemburgo e Reino Unido.

<sup>38</sup> Para além do Reino Unido apenas os países que estiveram sob sua jurisdição reconhecem legalmente os "trust" de entre os quais se destacam: Austrália, Canada, Estados Unidos, Irlanda, Gibraltar, Bermudas, Bahamas e Ilhas Cayman.

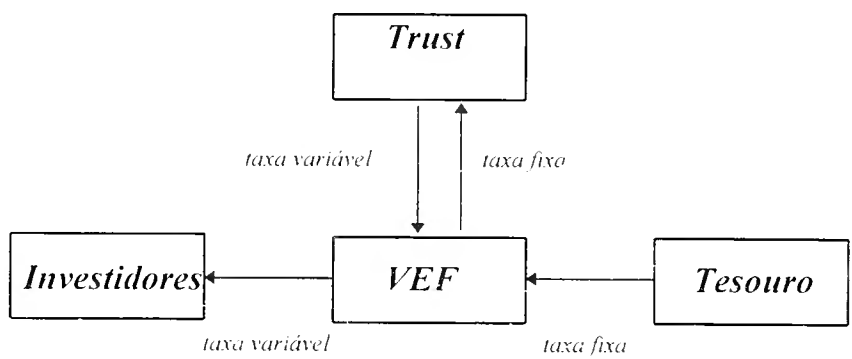
em que foi registado legalmente o veículo e beneficia-se do favorável tratamento fiscal dado aos *trust*.

*Figura (A.1) - Fluxos associados ao capital de um VEF.*



(0) - Na data de emissão.  
(1) - Na data de maturidade.

*Figura (A.2) - Fluxos associados aos cupões de um VEF.*



*Nota: a montagem deste tipo de operação assenta na consideração de que a taxa fixa recebida é superior à taxa variável paga.*

Várias operações deste tipo têm sido montadas em torno dos títulos de dívida pública portuguesa e italiana, beneficiando da actual tendência de queda das taxas de juro nestas economias e das altas taxas fixadas para o cupão de alguns destes títulos. Alternativamente, os veículos especiais de financiamento têm ainda sido utilizados para o financiamento de empresas que, pela sua débil estrutura financeira, seriam sujeitas a elevados prémios de risco sobre o indexante das emissões a taxa variável (*Asset-Backed Securities*).

**A.1.3 Possibilidades de arbitragem fiscal**

Nesta secção, procede-se à identificação de um conjunto de estratégias susceptíveis de garantirem a um investidor a manutenção do seu plano de consumo



inter-temporal inalterado, na presença de impostos, para qualquer estado da natureza e sem incorrer num acréscimo de risco nas posições assumidas. Algumas destas estratégias baseiam-se no recurso aos novos produtos financeiros os quais não encontram contorno jurídico no actual quadro legislativo português. Considera-se, ainda, apenas uma dada taxa de tributação sobre o rendimento para o investidor, não existindo a preocupação de estudar as possibilidades de arbitragem fiscal associadas às diferentes taxas de tributação entre os investidores.

Em termos fiscais, o facto de os ganhos de capital apenas serem tributados no momento da sua realização, possibilita o diferimento no tempo desta obrigação fiscal. Neste sentido, os investidores tendem a ser incentivados a deterem pelo maior período de tempo os activos em carteira gerando o *locked-in effect*, apresentado no capítulo 2 (ver subsecção 2.3.4). No entanto, a não cobertura da posição assumida pelo investidor deixa-o exposto ao risco associado à variação do valor do activo. A cobertura desta posição passa pelo assumir da posição inversa à já detida pelo investidor, ou seja, à venda a descoberto<sup>39</sup> de um outro activo positivamente correlacionado com o primeiro. Com esta operação, o investidor garante idênticos fluxos de rendimento e uma posição inalterada, em termos líquidos, da sua carteira. No final do ano, o investidor regista um ganho numa das posições e uma perda na outra, concretizando a alienação desta última posição. Assim, com a perda obtida o investidor consegue eliminar o seu rendimento tributável. No período seguinte, o investidor volta a repetir este procedimento, conseguindo deste modo diferir o pagamento do imposto sucessivamente. Importa referir que, na hipótese de um mercado de capitais perfeito, o investidor não necessita de qualquer capital para a realização destas operações. A não validação desta hipótese leva a que o investidor seja forçado a suportar determinados custos de transacção, associados à tomada e ao desfazer das posições assumidas.

Do ponto de vista económico, os ganhos de capital e os juros são duas formas alternativas para o retorno de um dado capital investido, não havendo por isso razão para as diferenciar em termos fiscais. No entanto, tal não acontece. Um segundo método, susceptível de gerar uma poupança fiscal, assenta no tratamento diferenciado dado em termos fiscais entre os ganhos de capital e os juros. Assuma-se por hipótese, a inexistência de qualquer incerteza sobre a evolução futura do preço do ouro. Um recurso

---

<sup>39</sup> Na impossibilidade legal de proceder a uma venda a descoberto recorre-se à compra de dois activos negativamente correlacionados.

natural esgotável, tal como o ouro, deverá apresentar uma taxa de capitalização sobre o seu preço idêntica à taxa de juro sem risco. Neste caso, a rendibilidade gerada por este investimento assume apenas a forma de ganhos de capital. Assim, se o investidor solicitar um empréstimo bancário para a aquisição do ouro, então, ele consegue, simultaneamente, abater o montante de juros pagos no seu rendimento e ser tributado a uma taxa mais favorável sobre os ganhos realizados. Aparentemente, não existirá qualquer motivo para que este investidor não obtenha o referido empréstimo bancário, uma vez que o estabelecimento do ouro como colateral leva à inexistência de qualquer risco adicional para ambas as partes. Este segundo método pode ser encarado como um caso especial do anterior: a obtenção de um empréstimo corresponde exactamente à venda a descoberto de uma obrigação sem risco.

O actual reforço da concorrência entre os operadores no mercado de capitais, para a captação dos fundos dos investidores, tem suscitado o aparecimento de novos produtos financeiros com a incorporação de *warrants*, de forma a usufruírem da menor tributação incidente sobre os ganhos de capital. Recentemente, no mercado caravela<sup>40</sup> foram colocados vários empréstimos obrigacionistas incorporando direitos de conversão de escudos para marcos, com preços de exercício extremamente favoráveis para os investidores. Deste modo, os investidores ao exercerem o respectivo *warrant* transferem a rendibilidade do investimento, do cupão, para as mais-valias associadas a este, uma vez que estas emissões apresentam uma taxa de cupão fixa que varia entre 0.5% e 1% p.a.. A rendibilidade associada ao *warrant* encontra-se indexada à evolução de um determinado activo subjacente, reflectindo a volatilidade apresentada por este. Os clientes deste tipo de operação tendem a identificarem-se com o segmento de mercado associado aos investidores sujeitos a altas taxas de tributação pessoal e que pretendem aplicações por prazos relativamente curtos. Este facto justifica os reduzidos montantes colocados (inferiores a 2 milhões de contos) e maturidades apresentadas (no máximo até dois anos) por este tipo de emissão. Como exemplo pode referir-se o empréstimo obrigacionista contraído pelo Swedish Export Credit, em finais de 1995, o qual apresentava uma taxa de cupão de 1% p.a. e um direito cumulativo em cada obrigação de conversão de escudos para marcos (DEM Call/PTE Put option) a um preço de exercício de 99.92PTE/DEM. Uma vez que a legislação portuguesa não consagra

---

<sup>40</sup> O mercado caravela é a designação para as emissões colocadas por entidades não residentes junto do mercado nacional.

qualquer norma sobre a tributação de potenciais mais-valias obtidas a partir deste tipo de direito, esta emissão incorpora implicitamente uma fuga fiscal.

O terceiro método corresponde ao *rollover* das posições assumidas no primeiro método apresentado, designando-se por *tax straddle*. Um investidor ao combinar uma posição longa num determinado activo com uma venda a descoberto num outro activo, perfeitamente correlacionado com o primeiro, consegue eliminar a sua exposição face ao risco. Deste modo, no dia 31 de Dezembro, a carteira deste investidor apresentará numa das suas posições um ganho de capital e, na outra posição, uma perda de capital. Ele realiza a perda nesse dia e concretiza o ganho de capital no dia 1 de Janeiro. No ano seguinte, este investidor voltará a repetir este tipo de operação mas num valor superior, de forma a eliminar os ganhos obtidos durante o ano mais o de 1 de Janeiro. Tal como no primeiro método, na hipótese de um mercado de capitais perfeito, o investidor não necessita de qualquer capital para a realização destas operações. A não validação desta hipótese leva a que o investidor seja forçado a suportar determinados custos de transacção, associados à tomada e ao desfazer das posições assumidas. A adopção desta estratégia tende a ser facilmente aplicável na presença de mercados de futuros líquidos, pela compra e venda de um mesmo contrato de futuro para datas diferentes. No entanto, a minimização do risco implícito nesta estratégia requer períodos de estabilidade em torno da taxas de juro de forma a que as posições assumidas se mantenham altamente correlacionadas.

Anexo 2

**Imposto sobre o Rendimento de Pessoas Singulares - IRS**  
**Imposto sobre o Rendimento de Pessoas Colectivas - IRC**  
**Imposto sobre Sucessões e Doações - ISD**

	IRS		IRC		ISD
	Residentes	Não Residentes	Residentes	Não Residentes	
Rendimentos	Taxas	Taxas	Taxas de retenção	Taxas finais	Taxas
Juros de Dívida Pública					
-em geral	20%	20%	20%	36%	avença-5%
-emitida em 91-95	20%	20%	20%	36%	isenção
-emitida em 3/5/89-90	20%	20%	20%	28.80%	isenção
-emitida até 3/5/89 <sup>A</sup>	isenção	isenção	isenção	isenção	isenção
Juros de obrigações					
-em geral	20%	20%	20%	36%	avença-5% <sup>B</sup>
-emitida entre 1990 e	25%	25%	25%	36%	isenção
-emitida em 1989 <sup>C</sup>	16%	16%	16%	28.80%	isenção
-emitida em 1988 <sup>A</sup>	6%	6%	6%	6%	isenção
-emitida em 1987 (8≥anos)	isenção	isenção	isenção	isenção	isenção
Dividendos de acções					
-em geral	25%	25%	25%	36%	avença-5%
-cotadas em bolsa <sup>D</sup>	12.50%	12.50%	12.50%	18%	avença-5%
-empresas privatizadas (durante 5 anos) <sup>D</sup>	12.50%	12.50%	12.50%	18%	avença-5%
Rendimentos de unidades de participação					
-fundos de inv. mobiliário	isenção/20	isenção	20%	36%/20% <sup>F</sup>	isenção
-fundos de inv. imobiliário	isenção/20	isenção	20%	36%/20% <sup>F</sup>	isenção
<b>Mais Valias<sup>G</sup></b>					
Acções					
-em geral	10%	10%		36%	isenção
-detidas por + de 24 meses (até 1992)	isenção	isenção		36%	isenção
-detidas por + de 12 meses (a partir de 1992)	isenção	isenção		36%	isenção
-adquiridas até 31/12/88	isenção	isenção		36%	isenção
Unidades de participação em fundos de investimento					
-até 1994	isenção	isenção		36%	isenção
-após 1994	10%				
Títulos de Dívida Pública	isenção	isenção		36%	isenção
Obrigações e outros títulos de dívida	isenção	isenção		36%	isenção

A - Tributação em sede de imposto de capitais à data da emissão.

B - As obrigações emitidas até 1996 estão isentas de imposto de Sucessões e Doações.

C - As obrigações emitidas em 1989 beneficiam de redução de 20% do rendimento para efeitos de IRC e IRS.

D - Os dividendos contam apenas por 50% do seu quantitativo para efeitos de IRS ou IRC.

E - Respectivamente fora ou no âmbito de uma actividade comercial, industrial ou agrícola.

F - Para entidades que não exerçam, a título principal, actividades de natureza comercial, industrial ou agrícola.

G - Mais-valias subtraídas das menos-valias.

Fonte: Bolsa de Valores de Lisboa.

***Anexo 3 - Resultados da estimação econométrica***

Estimação sem restrição por FIML

TSP Version 4.3A  
(06/07/95) DOS/Win 4MB  
Copyright (C) 1995 TSP International  
ALL RIGHTS RESERVED  
In case of questions or problems, see your local TSP  
consultant or send a description of the problem and the  
associated TSP output to:  
TSP International  
P.O. Box 61015, Station A  
Palo Alto, CA 94306  
USA

```
PROGRAM
LINE *****
1  OPTIONS CRT;
2  FREQ N;
3  SMPL 1 12;
4  LOAD(FILE='DADOS.WK1',FORMAT=LOTUS) m spot;
5  FRML EQ1 spot=b0+(b1+b2)*((1-exp(-m*t))/(m*t))-b2*exp(-m*t);
6  PARAM ( b0 9.03042603 b1 -1.61042603 b2 -1 t 1.976122576);
7  REGOPT(LMLAGS=4,QLAGS=4,STARS,PVPRINT) ALL;
8  FIML (ENDOG=(spot),HCOV=B,MAXIT=100)EQ1;
9  END;
EXECUTION
*****
```

Current sample: 1 to 12  
Note: Number of column names (3) not equal to  
Number of data columns in file (5).

FULL INFORMATION MAXIMUM LIKELIHOOD  
=====

EQUATIONS: EQ1

ENDOGENOUS VARIABLES: SPOT

NOTE => The model is linear in the variables.  
Working space used: 607

STARTING VALUES

	B0	B1	B2	T
VALUE	9.03043	-1.61043	-1.00000	1.97612

F= 4.8119	FNEW= -0.90711	ISQZ= 1	STEP= 0.50000	CRIT= 9.7768
F= -0.90711	FNEW= -5.1375	ISQZ= 1	STEP= 1.0000	CRIT= 6.1312
F= -5.1375	FNEW= -5.3290	ISQZ= 1	STEP= 1.0000	CRIT= 0.37565
F= -5.3290	FNEW= -5.3293	ISQZ= 1	STEP= 1.0000	CRIT= 0.61616E-03
F= -5.3293	FNEW= -5.3293	ISQZ= 1	STEP= 1.0000	CRIT= 0.50765E-05

CONVERGENCE ACHIEVED AFTER 5 ITERATIONS

17 FUNCTION EVALUATIONS.

FULL INFORMATION MAXIMUM LIKELIHOOD

Log of Likelihood Function = 5.32929  
Number of Observations = 12

Parameter	Estimate	Standard Error	t-statistic	P-value
B0	10.0115	.53252 6	18.8001	** [.000]
B1	-2.75877	.59004 3	-4.67554	** [.000]
B2	-3.29699	.745667	-4.42153	** [.000]
T	1.48475	.600102	2.47416	* [.013]

Variance Covariance of estimated coefficients

	B0	B1	B2	T
B0	0.28358			
B1	-0.30814	0.34815		
B2	-0.054618	-0.012170	0.55602	
T	0.29140	-0.33384	0.093026	0.36012

Correlation matrix of estimated coefficients

	B0	B1	B2	T
B0	1.00000			
B1	-0.98068	1.0000		
B2	-0.13755	-0.027660	1.00000	
T	0.91186	-0.94282	0.20789	1.00000

Standard Errors computed from covariance of analytic first derivatives (BHHH)

Equation EQ1  
=====

Dependent variable: SPOT

Mean of dependent variable = 7.92160  
Std. dev. of dependent var. = .772615  
Sum of squared residuals = .289042  
Variance of residuals = .036130

Std. error of regression = .190079  
R-squared = .955981  
Adjusted R-squared = .939474  
Durbin-Watson statistic = 2.25839

ID	ACTUAL	FITTED
1	7.4200	7.2523
	7.2750	7.2396
3	7.0000	7.2242
4	7.0000	7.2243
5	7.5520	7.2714
6	7.5522	7.5173
7	7.6995	7.8235
8	8.2254	8.1158
9	8.2996	8.3697
10	8.8100	8.8972
11	9.1950	9.0138
12	9.0304	9.1101

Estimação sem restrição por LSQ

TSP Version 4.3A  
(06/07/95) DOS/Win 4MB  
Copyright (C) 1995 TSP International  
ALL RIGHTS RESERVED  
10/09/96 1:27 PM

In case of questions or problems, see your local TSP  
consultant or send a description of the problem and the  
associated TSP output to:

TSP International  
P.O. Box 61015, Station A  
Palo Alto, CA 94306  
USA

PROGRAM

LINE: \*\*\*\*\*  
1 OPTIONS CRT;  
2 FREQU N;  
3 SMPL F 12;  
4 LOAD(FILE 'DADOS.WKT',FORMAT 1,LOTUS) m spot;  
5 FRML EQ1 spot b0+(b1+b2)\*((1-exp(-m/t))/(m\*t))-b2\*exp(-m/t);  
6 PARAM ( b0 9.03043 b1 -1.61042603 b2 -1 t 1.976122576);  
7 REGOP1(LMLAGS 4,QLAGS 4,STARS,PVPRINT) ALL;  
8 LSQ (HETERO,HCOV R) EQ1;  
9 END;

EXECUTION

\*\*\*\*\*

Current sample: 1 to 12

Note: Number of column names (3) not equal to  
Number of data columns in file (5).

NONLINEAR LEAST SQUARES

=====

EQUATIONS: EQ1

Working space used: 609

STARTING VALUES

	B0	B1	B2	T
VALUE	9.03043	-1.61043	-1.00000	1.97612

F= 0.22451	FNEW= 0.38877E-01	ISQZ= 1	STEP= 0.61803	CRIT= 6.5179
F= 0.38877E-01	FNEW= -0.57025	ISQZ= 0	STEP= 1.0000	CRIT= 5.6537
F= -0.57025	FNEW= -0.61968	ISQZ= 0	STEP= 1.0000	CRIT= 0.73752
F= -0.61968	FNEW= -0.62058	ISQZ= 0	STEP= 1.0000	CRIT= 0.13726E-01
F= -0.62058	FNEW= -0.62059	ISQZ= 0	STEP= 1.0000	CRIT= 0.14219E-03
F= -0.62059	FNEW= -0.62059	ISQZ= 0	STEP= 1.0000	CRIT= 0.35791E-05

CONVERGENCE ACHIEVED AFTER 6 ITERATIONS

13 FUNCTION EVALUATIONS.



Log of Likelihood Function = -5.32929  
Number of Observations = 12

Parameter	Estimate	Standard Error	t-statistic	P-value
B0	10.0115	.382957	26.1427	** [.000]
B1	-2.75876	.423807	-6.50948	** [.000]
B2	-3.29699	.751885	-4.38497	** [.000]
T	1.48474	.573968	2.58681	** [.010]

Variance Covariance of estimated coefficients

	B0	B1	B2	T
B0	0.14666			
B1	-0.15792	0.17961		
B2	0.14234	-0.18669	0.56533	
T	0.20154	-0.22467	0.33693	0.32944

Correlation matrix of estimated coefficients

	B0	B1	B2	T
B0	1.0000			
B1	-0.97303	1.00000		
B2	0.49435	-0.58587	1.00000	
T	0.91691	-0.92359	0.78072	1.00000

Standard Errors computed from heteroscedastic-consistent matrix (Robust-White)

Parameter	Estimate	Standard Error	t-statistic	P-value
B0	10.0115	.503216	19.8951	** [.000]
B1	-2.75876	.559599	-4.92989	** [.000]
B2	-3.29699	.842315	-3.91420	** [.000]
T	1.48474	.635125	2.33772	* [.019]

Variance Covariance of estimated coefficients

	B0	B1	B2	T
B0	0.25323			
B1	-0.27446	0.31315		
B2	0.046469	-0.12103	0.70949	
T	0.28494	-0.32682	0.27086	0.40338

Standard Errors computed from quadratic form of analytic first derivatives (Gauss)

Equation EQ1  
=====

Dependent variable: SPOT

Mean of dependent variable = 7.92160  
S td. dev. of dependent var. = .772615  
Sum of squared residuals = .289042  
Variance of residuals = .036130

Std. error of regression = .190079  
R-squared = .955981  
Adjusted R-squared = .939474  
Durbin-Watson statistic = 2.25839

ID	ACTUAL	FITTED
1	7.4200	7.2523
2	7.2750	7.2396
3	7.0000	7.2242
4	7.0000	7.2243
5	7.5520	7.2714
6	7.5522	7.5173
7	7.6995	7.8235
8	8.2254	8.1158
9	8.2996	8.3697
10	8.8100	8.8972
11	9.1950	9.0138
12	9.0304	9.1101

Estimação com restrição por FIML

```
TSP Version 4.3A
(06/07/95) DOS/Win 4MB
Copyright (C) 1995 TSP International
ALL RIGHTS RESERVED
10/09/96 1:20 PM
In case of questions or problems, see your local TSP
consultant or send a description of the problem and the
associated TSP output to:
TSP International
P.O. Box 61015, Station A
Palo Alto, CA 94306
USA

PROGRAM
LINE *****
1  OPTIONS CRT;
2  FREQ N;
3  SMPL 1 12;
4  LOAD(FILE='DADOS.WK1',FORMAT=LOTUS) m spot;
5  FRML EQ1 spot=(7.42-b1)+(b1+b2)*((1-exp(-m/t))/(m*t))-b2*exp(-m/t);
6  PARAM ( b1 -1.61042603 b2 -1 t 1.976122576);
7  REGOPT(LMLAGS=4,QLAGS=4,STARS,PVPRINT) ALL;
8  FIML (ENDOG=(spot),HCOV=B,MAXIT=100)EQ1;
9  END;

EXECUTION
*****

Current sample: 1 to 12
Note: Number of column names (3) not equal to
Number of data columns in file (5).

FULL INFORMATION MAXIMUM LIKELIHOOD
=====

EQUATIONS: EQ1

ENDOGENOUS VARIABLES: SPOT

NOTE => The model is linear in the variables.
Working space used: 563

STARTING VALUES

VALUE      B1      B2      T
-1.61043   -1.00000   1.97612

F= 4.8119   FNEW= 1.5527   ISQZ= 2 STEP= 0.25000   CRIT= 9.2509
F= 1.5527   FNEW= -3.6742   ISQZ= 1 STEP= 1.0000   CRIT= 7.2950
F= -3.6742   FNEW= -4.3229   ISQZ= 1 STEP= 1.0000   CRIT= 1.2283
F= -4.3229   FNEW= -4.3233   ISQZ= 1 STEP= 1.0000   CRIT= 0.67469E-03
F= -4.3233   FNEW= -4.3233   ISQZ= 1 STEP= 1.0000   CRIT= 0.11449E-04

CONVERGENCE ACHIEVED AFTER 5 ITERATIONS

18 FUNCTION EVALUATIONS.
```

FULL INFORMATION MAXIMUM LIKELIHOOD

Log of Likelihood Function = 4.32328  
Number of Observations = 12

Parameter	Estimate	Standard Error	t-statistic	P-value
B1	-2.39831	.387460	-6.18982	** [.000]
B2	-3.96017	.529681	-7.47652	** [.000]
T	1.14685	.300382	3.81796	** [.000]

Variance Covariance of estimated coefficients

	B1	B2	T
B1	0.15012		
B2	0.16245	0.28056	
T	-0.10255	-0.087652	0.090229

Correlation matrix of estimated coefficients

	B1	B2	T
B1	1.00000		
B2	0.79156	1.0000	
T	-0.88115	-0.55090	1.00000

Standard Errors computed from covariance of analytic first derivatives (BHHH)

Equation EQ1  
=====

Dependent variable: SPOT

Mean of dependent variable = 7.92160	Std. error of regression = .194880
Std. dev. of dependent var. = .772615	R-squared = .949835
Sum of squared residuals = .341804	Adjusted R-squared = .938688
Variance of residuals = .037978	Durbin-Watson statistic = 2.00752

ID	ACTUAL	FITTED
1	7.4200	7.4181
2	7.2750	7.3680
3	7.0000	7.2896
4	7.0000	7.2254
5	7.5520	7.2209
6	7.5522	7.4736
7	7.6995	7.8260
8	8.2254	8.1478
9	8.2996	8.4100
10	8.8100	8.9021
11	9.1950	9.0025
12	9.0304	9.0838

Estimação com restrição por LSQ

```

TSP Version 4.3A
(06/07/95) DOS/Win 386/4MB
Copyright (C) 1995 TSP International
ALL RIGHTS RESERVED
10/09/96 1:24 PM

In case of questions or problems, see your local TSP
consultant or send a description of the problem and the
associated TSP output to:
TSP International
P.O. Box 61015, Station A
Palo Alto, CA 94306
USA

PROGRAM
LINE *****
1  OPTIONS CRT;
2  FREQU N;
3  SMPL 1 12;
4  LOAD(FILE='DADOS.WKT',FORMAT='LOTUS')m spot;
5  FRML EQ1 spot=(7.42-b1)+(b1+b2)*((1-exp(-m t)) (m t))-b2*exp(-m t);
6  PARAM ( b1=-1.61042603 b2=-1 t 1.976122576);
7  REGOPT(LMI AGS=4,QLAGS=4,STARS,PVPRINT) ALL;
8  LSQ(HETERO,HCOV=R) EQ1;
9  END;

EXECUTION
*****

Current sample: 1 to 12
Note: Number of column names (3) not equal to
Number of data columns in file (5).

NONLINEAR LEAST SQUARES

EQUATIONS: EQ1

Working space used: 535

STARTING VALUES

      B1      B2      T
VALUE  -1.61043  -1.00000  1.97612

F= 0.22451      FNEW -0.28843E-01  ISQZ= 2 STEP 0.18750  CRIT= 6.9381
F= -0.28843E-01  FNEW -0.53523      ISQZ= 0 STEP 1.0000  CRIT= 5.7406
F= -0.53523      FNEW -0.53675      ISQZ= 0 STEP 1.0000  CRIT= 0.27042E-01
F= -0.53675      FNEW -0.53676      ISQZ= 0 STEP 1.0000  CRIT= 0.75454E-04
F= -0.53676      FNEW -0.53676      ISQZ= 0 STEP 1.0000  CRIT= 0.40784E-05

CONVERGENCE ACHIEVED AFTER 5 ITERATIONS

12 FUNCTION EVALUATIONS.
```

Log of Likelihood Function = 4.32328  
Number of Observations = 12

Parameter	Estimate	Standard Error	t-statistic	P-value
B1	-2.39823	.238331	-10.0626	** [.000]
B2	-3.96020	.636153	-6.22522	** [.000]
T	1.14676	.306077	3.74666	** [.000]

Variance Covariance of estimated coefficients

	B1	B2	T
B1	0.056802		
B2	-0.045920	0.40469	
T	-0.061393	0.14479	0.093683

Correlation matrix of estimated coefficients

	B1	B2	T
B1	1.00000		
B2	-0.30287	1.00000	
T	-0.84161	0.74362	1.00000

Standard Errors computed from heteroscedastic-consistent matrix (Robust-White)

Parameter	Estimate	Standard Error	t-statistic	P-value
B1	-2.39823	.325496	-7.36792	** [.000]
B2	-3.96020	.575054	-6.88665	** [.000]
T	1.14676	.293717	3.90432	** [.000]

Variance Covariance of estimated coefficients

	B1	B2	T
B1	0.10595		
B2	0.065979	0.33069	
T	-0.079490	0.023446	0.086270

Standard Errors computed from quadratic form of analytic first derivatives (Gauss)

Equation = EQ1

Dependent variable: SPOI

Mean of dependent variable	7.92160	Std. error of regression =	.194880
Std. dev. of dependent var.	.772615	R-squared =	.949835
Sum of squared residuals	.341804	Adjusted R-squared =	.938687
Variance of residuals	.037978	Durbin-Watson statistic	2.00756

ID	ACTUAL	FITTED
1	7.4200	7.4181
2	7.2750	7.3680
3	7.0000	7.2896
4	7.0000	7.2254
5	7.5520	7.2208
6	7.5522	7.4736
7	7.6995	7.8260
8	8.2254	8.1479
9	8.2996	8.4100
10	8.8100	8.9021
11	9.1950	9.0025
12	9.0304	9.0838